السلسلة 05
الاحتمالات

التمرين 01 :

1. احسب الأعداد التالية :

أ). $A = \frac{8!}{6!.2!}$, ج). $C = \frac{A_4^3 \times A_4^2}{A_6^3}$

ب). $B = A_5^3 \times A_6^2 + 2C_4^3 + C_4^2$, د). $D = \frac{C_1^1 \times C_4^2 \times C_3^0 + C_4^3}{C_8^3}$

2. باستعمال دستور ثنائي الحد اوجد النشر التالي :

أ). $A = (2x+1)^3$, ج). $C = (a-b)^5$

ب). $B = (x-2)^4$, د). $D = \left(1-\sqrt{3}\right)^6$

التمرين 02 :



عند نشر $(a+b)^{100}$ فماهو معامل الحد $a^{70}.b^{30}$

ماهي رتبة الحد $a^{41}.b^{59}$



التمرين 03 :

1. عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى:

أ). $n^2C_2^1 - 3!\,n - \frac{2}{3}A_4^2 = 0$, ج). $4C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0$

ب). $C_n^3 + C_n^2 = 8n$, د). $C_n^4 - C_n^3 = n^3 - 3n^2 + 2n$

2. عين الثنائية (x, y) من الأعداد الطبيعية بحيث :

$$\begin{cases} C_{x+y}^2 = 10 \\ C_{x+1}^y = C_x^{y-1} \end{cases}$$

التمرين 04 :

ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 6 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

أ- 3 أرقام ؟ ب- 3 أرقام مختلفة ؟ ج- أرقام مختلفة ؟

التمرين 05 :

نقذف زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 الى 6 ونراقب الوجه العلوي الذي يظهر عند وقوعه على الأرض

1. ماذا نسمي هذه التجربة.
2. ماهي مجموعة الإمكانيات.
3. عين حادثتين عكسيتين .
4. ماهو احتمال الحصول على عدد فردي واحتمال الحصول على عدد زوجي.

5. عين قانون الاحتمال لهذه التجربة.
6. احسب كل من الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري.

التمرين 06 :

زهرتي نرد غير مزيفتين لونهما مختلفان مرقمة من 1 الى 6

نرمي هذين الزهرتين ونراقب الوجهين العلويين اللذان يظهران عند وقوعه على الأرض

1. عين على شكل جدول مجموعة امكانيات الحدوث
2. عين الحوادث التالية

A- ظهور رقمين فرديين .

B- ظهور رقمين مجموعهما اكبر من 7 .

C- ظهور رقمين احدهما فردي والاخر زوجي .

$\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $C \cap B$ و $A \cap B$

احسب احتمالات كل من الحوادث السابقة.

التمرين 07 :

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الكيس .

1. أحسب احتمال الحصول على :

أ. ثلاث كرات من نفس اللون .

ب.ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج.ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2. ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ.عين قانون احتمال المتغير العشوائي x

ب. أحسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري

التمرين 08 :



صندوق به 7 كريات منها 4 بيضاء و3حمراء

التجربة الأولى : نسحب عشوائيا كرية نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب مرة أخرى كرية ونسجل لونها

1. أنشئ شجرة الاحتمالات
2. ماهو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين
3. ماهو احتمال الحصول على كريتين حمراوين
4. ماهو احتمال الحصول على كريتين مختلفتين في اللون
5. تحقق من النتائج السابقة بطريقة اخرى

التجربة الثانية : نفس الاسئلة ولكن نسحب عشوائيا كريتين دون ارجاع الكرية المسحوبة

التمرين 09 :

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 4، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب- ماهواحتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ج-ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

د- ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .
ه- ماهو احتمال الحصول على 3 مجموعها يساوي 15 علما انها من نفس اللون.

التمرين 10 :

في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات.

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها ؟
2) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في الظروف التالية
   أ- الأعضاء الأربعة المختارين باحثات.
   ب- من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط.
   ج- من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة.
   د- من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان.
3) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كانت هذه اللجنة تظم رئيسا ونائبا له وكاتبين.

التمرين 11 :

في ثانوية ما 25% من التلاميذ مستواهم ضعيف مادة الرياضيات و15% منهم مستواهم ضعيف في مادة الفيزياء و 10% منهم مستواهم ضعيف في مادتي الرياضيات والفيزياء معا

نختار عشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية

1- اذا كان هذا التلميذ مستواه ضعيف في مادة الفيزياء فماهو احتمال ان يكون مستواه ضعيف ايضا في مادة الرياضيات
2- اذا كان هذا التلميذ مستواه ضعيف في مادة الرياضيات فماهو احتمال ان يكون مستواه ضعيف ايضا في مادة الفيزياء
3- ماهو احتمال أن يكون هذا التلميذ مستواه ضعيف في مادة الفيزياء أو مادة الرياضيات

التمرين 12 :

يحتوي كيس على 18 كرة منها 4 كرات حمراء مرقمة من 1 الى 4
و 6 كرات بيضاء مرقمة من 1 الى 6 و8 كرات خضراء مرقمة من 1 الى 8

1) نسحب من هذا الكيس 3 كرات في آن واحد ماهو عدد الحالات التي نحصل فيها على :
   أ- 3 أرقام فردية
   ب- كرة حمراء على الأقل
   ج- كرة واحدة فقط تحمل الرقم 4
2) نسحب من هذا الكيس 3 كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي فماهو عدد الحالات التي نحصل فيها على
   أ- 3 أرقام فردية
   ب- كرة حمراء على الأقل
   ج- كرة واحدة فقط تحمل الرقم 4.

التمرين 13 :

وحدة انتاجيه مكونة من 38 شخصا نريد تشكيل لجنة تسيير مكونة من رئيس ونائب الرئيس ونائب عام

1- ماهو عدد اللجان المختلفة التي يمكن تشكيلها
2- اذا علمت ان الوحدة تظم 20 رجلا و18 امرأة
   - ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان الرئيس رجل ونائب الرئيس امرأة
   - ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان النائب العام امرأة

التمرين 14 :

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1-أ-أحسب عدد الحالات الممكنة .

ب-احسب الاحتمالات التالية :

A- 3 كرات من نفس اللون .

B- كرة على الأقل حمراء .

C- كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي x المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

أ-ماهي قيم x ؟

ب-أحسب الإحتمالات التالية : $P(x=1)$ ، $P(x=3)$ واستنتج: $P(x=2)$

ج-أحسب الامل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

التمرين 15 :

لعبة 7 عائلات متكونة من من العائلات التالية :

عائلة ابراهيم وعائلة محمد وعائلة اسماعيل وعائلة نوح وعائلة يوسف وعائلة يونس وعائلة هارون

كل عائلة مكونة من الافراد التالية :الجد، الجدة ،الاب ، الام، الابن ، البنت.

اللعبة تتمثل في سحب 3 اوراق على التوالي وبدون اعادة الورقة المسحوبة.

ماهو عدد طرق السحب في الحالات التالية :

1) نحصل على : جد ، جدة ، اب ، بهذا الترتيب .
2) الافراد الثلاثة من عائلة محمد
3) نحصل على بنتين وابن.
4) لاتوجد أم من بين الاوراق الثلاثة المسحوبة.
5) نسحب في هذه المرة 3 اوراق في آن واحد

ماهو عدد طرق السحب في الحالات التالية :

أ) 3 جدات .

ب) أم وبنتين.

ج) على الاقل ابوين .

د) فردين من عائلة محمد وفرد من عائلة ابراهيم.

التمرين 16 :

صندوق به 12 كرية 5 سوداء و3 صفراء و4 خضراء

I) نسحب 3 كريات في آن واحد

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 -ماهو احتمال ظهور 3 كريات خضراء فقط.

3 -ماهو احتمال ظهور 3 كريات مختلفة في اللون.

4 -ماهو احتمال ظهور كرية سوداء واحـــدة عـلى الأقل.

5 -ماهو احتمال ظهور كريتين صفراء على الأكثر.

II) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبــة عدد الكريـــات السوداء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال واحسب امله الرياضياتي.

3-احسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين 17 :

يتكون قسم من 25% بنات و75% ذكور نفرض أن 60% من البنات و30% من الأولاد هم تلاميذ جيدون

1- انشئ شجرة الاحتمال

2- ماهوا احتمال الحوادث التالية

A- أن يكون التلميذ بنتا . B- أن يكون التلميذ ولدا .

C- ان يكون التلميذ جيدا . D- أن يكون التلميذ بنتا علما انها عنصر جيد.

التمرين 18 :

يتكون قسم من 20 تلميذا ، محمد تلميذ من هذا القسم

1- نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم)

- أحسب a عدد الطرائق الممكنة .

2- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما محمد .

- أحسب b عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .

3- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما محمد .

- أحسب c عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .

4- جد علاقة بين الأعداد : a ، b و c .

التمرين 19 :

يتكون قسم دراسي من 10 تلاميذ أعمارهم 16 سنة و5 تلاميذ أعمارهم 17 سنة و20 تلميذ أعمارهم 18 سنة أرادو تشكيل لجنة مكونة من تلميذين

1- ماهو عدد الطرائق لاختيار هذين التلميذين

2- ماهو احتمال اختيار تلميذين مجموع سنيهما 34 سنة

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل من هذه الإمكانيات لاختيار تلميذين مجموع سني هذين التلميذين

1- كتب قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي

2- احسب الامل الرياضياتي

3- احسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين 20 :

في قسم معين احتمال تفوق طالب في مادة الرياضيات هو 0.6 واحتمال تفوقه في مادة الفيزياء هو 0.5 واحتمال تفوقه في المادتين معا هو 0.3 .

1- احسب احتمال ان يكون متفوقا في مادة الرياضيات او مادة الفيزياء

2- احسب احتمال ان لا يكون متفوقا في كلتا المادتين

3- احسب احتمال ان لا يكون متفوقا على الاقل في احداهما

4- احسب احتمال ان يكون متفوقا في مادة واحد فقط

5- ماهو احتمال ان يكون متفوق في مادة الرياضيات إذا علم انه متفوق في مادة الفيزياء

التمرين 21 :

في ثانوية ما 40% من التلاميذ يمارسون رياضة كرة القدم و25% يمارسون السباحة و 15% يمارسون الرياضتين معا . نختارعشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية

1- ماهو احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم

2- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم او السباحة

3- ماهو احتمال ان لا يمارس هذا الطالب اية رياضة
4- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة
5- اذا اخترنا الطالب الذي يمارس رياضة كرة القدم فماهو احتمال ان يمارس السباحة

التمرين 22 :

يحتوي كيس على 20 قريصة مرقمة من 1 الى 20 نسحب من الكيس قريصتين في ان واحد
1) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10
2) احسب احتمال سحب قريصتين الفرق بين رقميهما يساوي 4
3) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10 علما أن الفرق بينهما يساوي 4

التمرين 23 :

قسم تربوي مكون من 40 تلميذا منهم 25 بنتا و15 ولدا. نريد تشكيل لجنة مكونة من مسؤول القسم ونائب المسؤول والنائب الثاني.
1) ماهو عدد اللجان المختلفة التي يمكن تشكيلها
2) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان مسؤول القسم ولدا.
3) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان مسؤول القسم بنتا ونائب المسؤول ولدا

التمرين 24 :

يحتوي كيس على 10كريات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها خمس بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2، 3 وثلاث خضراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتان حمراوان تحمـــــــــــل الرقمين 3 ، 3 .نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الكيس



1) ماهو احتمال الحصول على :
أ- كرة بيضاء وكريتين حمراوين.
ب- كرة حمراء على الاقل .
ج- كريتين تحملان الرقم 2 .
د- ثلاث كرات مجموع ارقامها يفوق 7 .

التمرين 25 :

رقمت اوجه نرد مزيف من 1 الى 6. عند رمي هذا النرد نفترض ان احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو ضعف احتمال ظهوروجه يحمل رقما فرديا.
1) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا.
2) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا.
3) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم 2 .
4) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم 5.
5) عندما يرمي شخص هذا النرد .يربح 10 نقاط اذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 6 ويربح 5 نقاط اذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 3 اما اذا ظهر وجه آخر غير هذين الوجهين فانه يخسر 5 نقاط.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد النقط المحصل عليها.
أ- ماهي قيم المتغير العشوائي X.
ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
ج- احسب الأمل الرياضياتي $E(x)$.
د- احسب التباين
ه- احسب الانحراف المعياري

التمرين 26 :

يحتوي صندوق على 11 كرة. منها 5 سوداء و 4 بيضاء و 2 حمراء.

نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات.

1) ماهو احتمال سحب :

أ- اربع كرات من نفس اللون.

ب- كريتين من نفس اللون وكريتين من لونين مختلفين.

ج- اربع كرات من لونين مختلفين

د-كرة واحدة حمراء وعلى الأقل واحدة بيضاء.

2) ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الالوان المحصل عليها.

أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(x)$

التمرين 27 :

يحتوي صندوق على 9 كرات. مرقمة من 1 الى 9

نسحب عشوائيا 3 كرات على التوالي وبدون ارجاع.

ماهو احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات ارقامها زوجية

ب) ثلاث كرات احداها على الاقل تحمل رقما فرديا

ج) كريتين فقط تحملان رقمين زوجيين

د) ثلاث كرات مجموع ارقامها يساوى 9

التمرين 28 :

يحتوي صندوق على 4 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث$(3 \leq n)$ نعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال .

1) نسحب قريصتين في آن واحد وبلا اختيار.

نعتبر ان سحب قريصة بيضاء يعطي ربح 3 نقاط وسحب قريصة سوداء يعطي ربح نقطتين

ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع ربحي القريصتين المسحوبتين

أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .

ب- أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$

ج- كيف يمكن اختيار العدد الطبيعيn للقريصات السوداء حتى يكون $E(x) = \frac{24}{5}$

2) نسحب الان 3 قريصات على التوالي بحيث تعاد القريصة المسحوبة عند كل سحبة.

احسب احتمال الحوادث التالية :

أ- سحب قريصات كلها من نفس اللون

ب- سحب قريصة واحدة بيضاء

ج- سحب قريصات من اللونين.

التمرين 29 :

يحتوي كيس على 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 نسحب عشوائيا كريتين

ليكن x المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x.

2) احسب الامل الرياضياتي $E(x)$ ثم احسب التباين $V(x)$.

3) اوجد $E(x \geq 25)$.

التمرين 30 :

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في احدى الثانويات.

التلميذ	ذكر	انثى
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي الحوادث :

H الحادثة : التلميذ المختارذكر و F الحادثة : التلميذ المختار انثى

S الحادثة : التلميذ يملك هاتفا نقالا و $\bar{S}$ الحادثة : التلميذ لا يملك هاتفا نقالا

1) شكل شجرة الاحتمال لهذه التجربة
2) احسب احتمال الحوادث التالية :
   - أ- التلميذ المختار انثى ويملك هاتفا نقالا
   - ب- التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا
3) نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا. ما هو احتمال ان يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

التمرين 31 :

في ثانوية ما أخذنا عينة من 50 طالبا. 60% من القسم أ و40% من القسم ب.

10% من الذين اخترناهم من القسم أ يحافظون على صلاة الجماعة و20% من الذين اخترناهم من القسم ب يحافظون على صلاة الجماعة نختار عشوائيا طالبا واحدا نسمي الحوادث التالية :

A : الطالب من قسم أ

B : الطالب من قسم ب

C : الطالب يحافظ على صلاة الجماعة

1) انقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التالية :
2) انقل ثم اكمل الجدول التالي :

	C	$\bar{C}$	المجموع
A			
B			
المجموع			50

3) احسب احتمال ان يكون الطالب المختار من القسم أ ويصلي صلاة الجماعة
4) احسب احتمال ان يكون الطالب المختار من القسم ب ويصلي صلاة الجماعة
5) احسب احتمال ان يصلي الطالب صلاة الجماعة
6) اذا علمت ان الطالب المختار يصلي صلاة الجماعة فماهو احتمال ان يكون من القسم ب

التمرين 32 :

تحتوي علبة على 6 كرات حمراء و4 سوداء نسحب 5 كرات في آن واحد بلا اختيار.

1) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة

-عرف قانون الاحتمال. احسب امله الرياضي.

2) α عدد حقيقي.

نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل سحب يحتوي على x كرة حمراء و y كرة سوداء العدد : $\alpha x - y$

-عين قيمة العدد α حتى يكون الأمل الرياضي معدوما.

التمرين 33 :

ليكن حادثتان بحيث : $P(A) = 0.3$ و $P(B) = 0.8$ و $P(A \cap B) = 0.2$

اختر الجواب الصحيح مما يلي :

		a	b	c
1	$P(\overline{A})$	0,8	0,2	0,7
2	$P(\overline{B})$	0,5	0,2	0,7
3	$P(A \cup B)$	0,9	0,25	0,8
4	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	0,2	0,1	0,9
5	$P(A/B)$	0,5	0,3	0,25
6	$P(B/A)$	0,9	2/3	0,25
7	$P(\overline{A}/\overline{B})$	0,5	0,3	0,8
8	$P(\overline{B}/A)$	0,2	1/3	2/3

التمرين 34 :

يحتوي صندوق على 8 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث($n \geq 2$) نفرض ان سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين.

ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي.

أ- عين قيم المتغير العشوائي x.

ب- عرف قانون الاحتمال.

ج- احسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$. هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$ ؟

2) نفرض أن $n = 6$ نسحب من هذا الكيس 3 كرات في آن واحد .

أ- عرف قانون الاحتمال .

ب- احسب أمله الرياضي $E(x)$

التمرين 35 :

يحتوي كيس على 7 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ،2 ،3 ،4 ،5 ،6 و 3 كرات حمراء تحمل الأرقام 4 ، -2، -3 نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الكيس .

1. أحسب الحالات الممكنة.



2. أحسب احتمال الحصول على :



أ. ثلاث كرات من نفس اللون .

ب.كرتين بيضاوين على الاقل .

ج. كرة حمراء على الاقل تحمل عددا سالبا .

د. ثلاث كرات جداء ارقامها معدوم.

ه. ثلاث كرات جداء ارقامها عدد سالب تماما.

و. ثلاث كرات مجموع ارقمها معدوم.

3. ليكن المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 4

أ.عين قانون احتمال المتغير العشوائي x

ب. أحسب الأمل الرياضي .

ج.أحسب التباين و الانحراف المعياري.

4. نعتبر زهرنرد بستة وجوه أربعة منها تحمل الحرف α ووجهان يحملان الحرف β نقوم بالتجربة التالية :
نرمي زهر النرد فان ظهر الحرف α نسحب على التوالي دون إرجاع كرتين من الكيس
واذا ظهر الحرف β نسحب على التوالي مع الإرجاع كرتين من الكيس
احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

التمرين 36 :

1) ماهو عدد الاعداد المكونة من اربعة ارقام مختلفة التي يمكن تشكيلها باستعمال الارقام التالية :
0، 1، 2، 3، 4، 5، 6 (نشير الى ان الأعداد التي رقمها الأول على اليسار مثلا 0234 ليست أعدادا ذات أربعة أرقام).
2) ماهو عدد الأعداد المشار اليها في السؤال 1 والتي هي زوجية .
3) ماهي عدد الأعداد المشار اليها في السؤال 1 والتي رقم عشراتها هو عدد فردي.

التمرين 37 :

يتألف برنامج أسئلة من 16 اسئلة مختلفة. سحب تلميذ عشوائيا وفي آن واحد سؤالين.
1) هذا التلميذ درس 10 اسئلة فقط من هذا البرنامج.
ماهو الاحتمال لكي يسحب التلميذ من بين هذين السؤالين :
أ- سؤالان لم يدرسهما؟. ب- سؤالان درسهما؟.
ج- سؤال واحد فقط درسه؟. د- على الأقل سؤالا واحدا درسه ؟.
2) نفرض الأن أن هذا التلميذ درس n سؤالا من بين 16 أسئلة $(n \leq 16)$.
أ- ماهو الاحتمال P_n لكي يسحب هذا التلميذ من بين السؤالين سؤالا واحدا درسه على الأقل ؟
ب- عين قيم الاعداد الطبيعية n بحيث $P_n \geq 0.975$.

التمرين 38 :

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء و3 كرات سوداء وكرتين خضراوتين. نسجل على كل كرية بيضاء الرقم (1-)
وعلى كل كرية سوداء الرقم 2 وعلى كل كرية خضراء الرقم 3
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس.
1) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين المسجلين
على الكرتين المسحوبتين
أ- ماهي قيم المتغير العشوائي X.
ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
ج- احسب الأمل الرياضياتي $E(x)$ والتباين $V(x)$.

التمرين 39 :

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء و كريتين سوداوين لانميز بينهما باللمس
1)نسحب عشوائيا كرة من الكيس . ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء؟.
2)نسحب عشوائيا على التوالي وبإرجاع 5 كرات. ماهو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين؟.
3) نسحب عشوائيا على التوالي وبإرجاع n كرة من الكيس.
أ- بين ان احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو $P = 1 - (\frac{1}{3})^n$.
ب-ماهو العدد الأدنى من السحبات التي يكون من اجلها $P \geq 0.999$.
($\log 3 \approx 0.48$ لوغاريتم العشري)

التمرين 40 :

يحتوي صندوق على 8 كرات تحمل الأرقام 1 ،1 ، 1 ، 2 ،2 ، 2 ،3 ، 3 .نسحب عشوائيا من هذا الصندوق كريتين على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة.

ليكن A الحدث : الحصول على كريتين تحملان معا العدد 2.

و B الحدث :الحصول على كريتين احداهما على الاقل تحمل العدد 3.

بين ان : $P(A)=\frac{3}{28}$ و ان : $P(B)=\frac{13}{28}$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا.

- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
- بين أن : $P(X=1)=\frac{15}{28}$.
- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

التمرين 41 :

وحدة إنتاجية يسيرها 10 عمال منهم 4 نساء .يراد تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة اعضاء.

ما احتمال ان تشمل اللجنة :

أ) ثلاث نساء. ب) على الأقل امرأتين.

ج) على الأكثر امرأتين. د) على الأقل امرأة واحدة.

التمرين 42 :

يحتوي صندوق U على 9 كرات منها ثلاثة بيضاء تحمل الأرقام 1 ،2 ، 3. و ثلاثة سوداء تحمل الأرقام 1 ،2 ، 3. وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1 ،2 ، 3.نسحب عشوائيا وفي آن واحد من هذا الصندوق كريتين حيث لا نفرق بينهم باللمس. نعتبر الحوادث التالية :

A : الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين فرديين .

B : الكرتان المسحوبتان من نفس اللون.

C : الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين .

D : الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين وتحملان رقمين فرديين.

1)احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(A\cap B)$ و $P_B(A)$.هل الحادثتان A و B مستقلتان؟

2) أ- احسب $P(C)$ وبين ان احتمال الحادثة هو $P(D)=\frac{1}{3}$

ب- بين ان سحب كريتين تحملان رقمين فرديين علما انهما من لونين مختلفين هو $\frac{4}{9}$

3)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين القيمة المطلقة لفرق الرقمين المسجلين على الكرتين.

- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب امله الرياضي

4)نعيد التجربة السابقة 5 مرات بحيث كل مرة نرجع الكرتين المسحوبتين الى الصندوق

-ماهو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون 3 مرات بالضبط .

5) في هذا السؤال نعتبر صندوقا آخر V يحتوي على 12 كرية منها 5 بيضاء و4 سوداء و3 حمراء حيث ان الكرات لها نفس الاحتمال ونعتبر التجربة الثانية : نختار صندوقا من الصندوقين V و U (نفرض ان للصندوقين نفس الاحتمال) ثم نسحب كرية منه.

أ- مثل هذه الوضعية بشجرة مع وضع الاحتمالات عليها.

ب-ماهو احتمال سحب كرية بيضاء .

ج- احسب احتمال الحادثة " الصندوق المختار هو V علما ان الكرية المسحوبة بيضاء "

التمرين 43 :

يحتوي كيس على 9 كرات لا يمكن ان نفرق بينها باللمس منها 4 بيضاء تحمل الأرقام 3 ،3 ، 2 ، 1 والبقية حمراء تحمل الأرقام 3 ، 3 ، 2 ، 1،2 .

نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع ارجاع الكرية المسحوبة

1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين :
- بالاعتماد على ألوان الكرات.
- بالاعتماد على الأرقام المسجلة على الكرات.

2) احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) B :احدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) لا يظهر الرقم 1.

التمرين 44 :

تتكون مجموعة اشخاص من ثمانية رجال واربع نساء من بينهم رجل اسمه ابراهيم وامرأة واحدة اسمها فاطمة نريد تشكيل لجنة من ثلاثة اعضاء لهم نفس المهام.

1)احسب احتمال كل من الاحداث التالية.

أ) A : تكوين لجنة تضم ثلاثة رجال.

ب) B :تكوين لجنة تضم رجلا وامرأتين.

ج) C : تكوين لجنة تضم ابراهيم.

د) D :تكوين لجنة تضم اما ابراهيم او فاطمة.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ- عين قيم التي يأخذها المتغير العشوائيX . وعرف قانون احتماله

ب- احسب الأمل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري.

التمرين 45 :

يتشكل قطاع انتاج بمؤسسة من 3 اصناف من العمال

مهندسين بنسبة8% وعمال انتاج بنسبة 82% والباقي اعوان صيانة

النساء يمثلن50% من المهندسين و25% من اعوان الصيانة و60% من عمال الانتاج .

1) تم استجواب احد الاعضاء لهذه المؤسسة عشوائيا.

أ- انشئ الشجرة المثقلة التي تعبر على هذه المعطيات.

ب- احسب احتمال الحوادث التالية :

A : (عون صيانة). B :(عاملة صيانة). C : (امرأة) .

2)مصلحة الصيانة تقوم بمراقبة الماكينات للتدخل عند وقوع عطل من اجل ذلك وضعت صفارة الانذار وبينت الدراسات انه خلال اليوم : احتمال عدم حدوث عطل ولا انطلاق لصفارة الانذار يساوي 0.002 واحتمال وقوع عطل وانطلاق لصفارة الانذار هو 0.003 واحتمال وقوع عطل هو 0.04

أ- بين انه احتمال حدوث عطل وعدم انطلاق لصفارة الانذار هو 0.037.

ب-ماهو احتمال عدم انطلاق صفارة الانذار

ج-ماهو احتمال حدوث عطل علما ان صفارة الانذار لا تنطلق.

التمرين 46 :

المراقبة التقنية لسيارات في مدينة ما بيّنت ان 10% من السيارات لها عطب في المكابح (حدثA) و20% لها عطب في الإضاءة (حدثB)و 5% لها عطب في المكابح والاضاءة .

نختارعشوائيا سيارة واحدة .

1- احسب احتمال ان تكون هذه السيارة لها عطب واحد على الاقل (عطب في المكابح او الاضاءة)

2- احسب احتمال ان تكون هذه السيارة في حالة جيدة
3- احسب احتمال ان تكون هذه السيارة لها عطب في المكابح فقط.
4- اذا كانت هذه السيارة لها عطب في الاضاءة فما هو احتمال ان يكون لها عطب في المكابح ؟
5- اذا كانت هذه السيارة إضاءتها جيدة فما هو احتمال ان يكون لها عطب في المكابح ؟
6- احسب احتمال ان تكون السيارة عطب في الاضاءة ومكابحها جيدة .

التمرين 47 :

يحتوي كيس U_1 على 5 كرات ثلاثة منها تحمل الرقم 2 وكرتان تحملان الرقم 3

ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 كرات منها ثلاثة بيضاء واثنان أحمران (لا نفرق بينهما باللمس)

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الكيس U_2

بحيث n هو الرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة من الكيس U_1

1) ماهو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء.

2) ماهو احتمال الحصول على كرتين بيضاء.

3) ماهو احتمال الحصول على كريتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من الكيس U_1 هو 3

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة

أ) ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب) بين ان $P(X = 0) = \frac{11}{50}$

ج) حدد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي.

التمرين 48 :

يحتوي وعاء على 3 قريصات سوداء و 4 حمراء إحدى القريصات السوداء تحمل الرقم (1-) والأخريان يحملان الرقم 4 أما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3.

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد.

1) ماهو احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون ثم استنتج احتمال القريصتين مختلفتي اللون

2) ماهو احتمال ان يكون جداء رقمي القريصتين يساوي عددا سالبا.

3) ماهو احتمال ان يكون مجموع رقمي القريصتين يساوي 3 .

4) ماهو احتمال ان تكون القريصتين المسحوبتين تحملان رقما زوجيا علما أنهما حمراوين

5) نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ- ماهي قيم المتغير العشوائي X .

ب- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي .

التمرين 49 :

يحتوي صندوق على 9 كرات تحمل الأرقام 1 ،1 ، 1 ، 1 ، 2 ،2 ، 2 ،3 ، 3

أجب بصحيح او خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي :

1) نسحب من الصندوق و في ان واحد 3 كرات ماهو احتمال ان تكون الكرات من نفس الرقم

أ) $\frac{80}{504}$ ب) $\frac{5}{84}$ ج) $\frac{5}{9}$

2) نسحب من الصندوق كرتين بدون ارجاع ماهو احتمال ان يكون مجموع رقمي الكرتين هو 4

أ) $\frac{22}{36}$ ب) $\frac{14}{72}$ ج) $\frac{11}{36}$

3) نسحب من الصندوق كرتين بارجاع الكرة المسحوبة ماهو احتمال ان تحمل الكرتان رقم 3

أ) $\frac{4}{81}$ ب) $\frac{1}{81}$ ج) $\frac{8}{81}$

4) نسحب في ان واحد 4 كرات ماهو احتمال الحصول على كرتان تحملان رقم 1 على الاقل

أ) $\frac{80}{126}$ ب) $\frac{60}{126}$ ج) $\frac{9}{14}$

5) نسحب في ان واحد كرتين و X متغير عشوائي يرفق بسحب الكرات التي تحمل رقم2 الامل الرياضي

أ) $E(x) = 0.66$ ب) $E(x) = 1.2$ ج) $E(x) = 1.75$

التمرين 50 :

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات حمراء و5 خضراء

ويحتوي صندوق ثاني U_2 على 4 كرات حمراء و 3 خضراء و2 بيضاء. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1ونضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا في ان واحد كرتين من الصندوق U_2

1) ماهو احتمال سحب كرتين بيضاوين من الصندوق U_2
2) ماهو احتمال سحب كرتين خضراوين من الصندوق U_2
3) ماهو احتمال سحب كرتين حمراوين من الصندوق U_2
4) ماهو احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين من الصندوق U_2

التمرين 51 :

يحتوي كيس U_1 على 4 كرات، كرتان حمراوان وكرتان بيضاوان ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 كرات منها ثلاثة حمراء واثنان بيضاوان (لا نفرق بينهما باللمس). نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 ونسجل لونها ونضعها في الكيس U_2 ثم نسحب على التوالي وبارجاع كرتان من الكيس U_2 ونسجل لونهما

5) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .
6) احسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين التالية.

أ) A : الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون.

ب) B : الحصول على كرة بيضاء على الاكثر.

7) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟.
8) عند سحب كرة حمراء فاننا نسجل الرقم (3) وعند سحب كرة بيضاء فاننا نسجل الرقم (-2)

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بجموع أرقام الكرات الثلاث المحصل عليهم بعد السحب.

-ماهي قيم المتغير العشوائي X .

-عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي.

التمرين 52 :

I) يحتوي صندوق ثلاثة كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 ،1 ، 2. و خمسة كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ،1 ،1 ،2 ،2. حيث لا نفرق بينهم باللمس .

نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات واحدة تلو الأخرى على التوالي وبدون إرجاع.

1-احسب احتمال الأحداث التالية :

A : الكرات المسحوبة من نفس اللون . B : الكرات المسحوبة من نفس الرقم.

C : الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم علما أنها من نفس اللون.

II) لدينا ثلاث صناديق U_1 و U_2 و U_3. الصندوق U_1 يحتوي على كرة بيضاء و4 كرات حمراء
و يحتوي U_2 على كرتين بيضاوين و3 حمراء ويحتوي U_3 على 3 بيضاء و وكرتين حمراوين.
نختار عشوائيا صندوق من بين الصناديق الثلاثة ثم نسحب منه عشوائيا كرة واحدة.
1)شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .
2)ماهو احتمال اختيار صندوق يحتوي على اكثر من كرتين حمراوين.
3)ماهو احتمال سحب كرة بيضاء.
4)ماهو احتمال سحب كرة بيضاء علما أنها مسحوبة من صندوق يحتوي على أكثر من كرتين حمراوين.

التمرين 53 :

يحتوي صندوق A على 4 كرات حمراء و3 بيضاء وكرتان خضراوان
ويحتوي صندوق ثاني B على كرتين حمراوين و 4 بيضاء
نسحب عشوائيا 3 كرات حيث نسحب كرة واحدة من الصندوق B
وكرتان في ان واحد من الصندوق A.
1) احسب احتمال الكرات المسحوبة بيضاء .
2) احسب احتمال من بين الكرات الثلاث توجد كرتان خضراوان
3) نفرض ان بعد عملية السحب حصلنا على ثلاث كرات من بينها على كرتان حمراوان
- ما احتمال كي تكون واحدة منها من الصندوق B
4) نعتبر المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة من الصندوق A
- حدد قانون الاحتمال

التمرين 54 :

صندوق به 12 كرية 5 سوداء و4 صفراء و3 حمراء نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة الى الصندوق
1- أحسب الحالات الممكنة.
2 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون .
3 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة في اللون.
4 -ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحـــدة عـلى الأقل.
5 -ماهو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الأكثر.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبــة عدد الكريـــات الصفراء .
أ-حدد القيم التي يأخذها X.
ب-حدد قانون الاحتمال و احسب أمله الرياضي
ج- احسب التباين والانحراف المعياري

التمرين 55 :

كيس يحتوي على 9 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كريتين بيضاء ، نسحب عشوائيا 3 كرات من هذا الكيس على التوالي وبإرجاع الكرة المسحوبة .
1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.
2 -ماهو احتمال ظهور 3 كريات خضراء فقط.
3 -ماهو احتمال ظهور3 كريات من نفس في اللون.
4 -ماهو احتمال ظهور كرية بيضاء واحـــدة عـلى الأقل.
5 -ماهو احتمال ظهور كريتين حمراء على الأكثر.

6-نسمي x المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .
أ-ماهي القيم الممكنة لـ x ؟
ب-عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x
ج-أحسب الامل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

التمرين 56 :

لعبة يانصيب تحتوي على 50 ورقة منها 3 أوراق تعطي ربح جوائز كبرى و12 ورقة تعطي ربح جوائز صغرى اشترى الطفل 3 أوراق.

1) أحسب احتمال :
أ- الطفل لا يربح أية جائزة. ب- يربح الطفل ثلاثة جوائز .
ج- يربح الطفل جائزتان كبريان. د- يربح الطفل على الأقل جائزة .
ه- نفرض أن الطفل قد ربح 3 جوائز. ماهو احتمال ان تكون اثنان منهما كبريان .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الجوائز الكبرى التي قد يربحها الطفل.
- عين قيم المتغير العشوائيX .ثم عرف قانون احتماله.

التمرين 57 : BAC2009 m

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء.

1)نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد
أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء
ب- احسب احتمال الحصول على الأقل كرية حمراء

2) ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .
- عين قيم x ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x وأحسب أمله الرياضي $E(x)$

التمرين 58 : BAC2002 s

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 3 حمراء و3 خضراء و4 بيضاء

1) نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد ; ما احتمال الحصول على ؟
أ- نفس اللون.
ب- الألوان الثلاثة.
ج- كرة بيضاء واحد على الأقل.

2) نعتبر المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .
أ- ماهو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x
ب- احسب أمله الرياضي $E(x)$ والتباين والانحراف المعياري.

التمرين 59 : BAC2003 s

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان يحملان الرقم 5 أما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3.
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد ونحسب مجموع الرقمين المحصل عليهما.

1)ماهو احتمال ان يكون هذا المجموع اكبر تماما من 6.
2)ماهو احتمال ان يكون هذا المجموع اكبر تماما من 6 علما ان القريصتين بيضاوين.
3)نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما.
أ- ماهي قيم المتغير العشوائيX .
ب- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي .

التمرين 60 : BAC2018 s

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ:1،2،2،3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2،2،3 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2،3،3

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني"

و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم"

1) أ) أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب)بين أن : $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب امله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 61 : BAC2018 m

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها في اللمس موزعة كمايلي:

خمسة كريات حمراء مرقمة بـ:1،1،2،2،2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3- ،2، 3

وكرية بيضاء مرقمة بـ : 1-

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على اربع كريات من نفس اللون"

B : " الحصول على كرية بيضاء على الاكثر"

C : " الحصول على اربع كريات مجموع ارقامها معدوم"

2) ليكن X المتغيرالعشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ)عين قيم المتغير العشوائي X .ثم عرف قانون احتماله.

ب)احسب الامل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج) احسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$"

التمرين 62 : BAC2018 mt

كيس يحوي 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الكيس.

I) 1)احسب احتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون"

2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون"

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري). فاذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، واذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ، واذا سحب كريتين خضراوين يخسر مادفعه.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح او خسارة اللاعب بدلالة α.

1) برر أن قيم المتغير العشوائي $\{-\alpha ، 50-\alpha ، 100-\alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله.

2) بين ان الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$

ثم اوجد اكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين 63 : BAC2019 s

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 وسبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 ثلاث كريات تحمل الرقم 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث

A : " سحب كريتين من نفس اللون " و B : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم " .

1) بين أن احتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب احتمال الحادثة B .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين 64 : BAC2019 s

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاثة تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب ، جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

2- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3- نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

ما احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جدائهما زوجي ؟

التمرين 65 : BAC2019 mt

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية.

اختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 3,2,1 و كريتين سوداوتين تحملان الرقمين 2,1 (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

1- قيم المتغير العشوائي X هي :

أ- $\{1;2;3\}$ ب- $\{0;2;3\}$ جـ- $\{0;1;2\}$

2- الأمل الرياضي $E(X)$ لـ X هو :

أ- $E(X)=\frac{4}{5}$ ب- $E(X)=\frac{6}{5}$ جـ- $E(X)=\frac{11}{10}$

3- احتمال الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة :

أ)- $\frac{7}{10}$ ب)- $\frac{9}{10}$ جـ)- $\frac{3}{5}$

4- احتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " يساوي :

أ)- $\frac{2}{5}$ ب)- $\frac{3}{10}$ جـ)- $\frac{1}{5}$

التمرين 66 : BAC2019 mt

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوتين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس.

1- احسب احتمال الحوادث التالية :

أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة "

ب) الحادثة B : "الحصول على كريتين بيضاويتين على الاكثر "

جـ) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل ارقاما غير اولية "

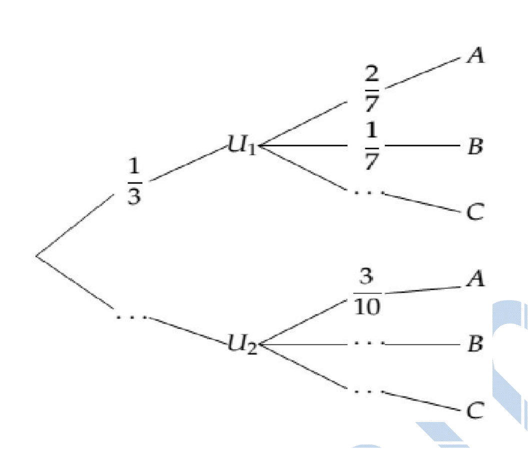
2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل ارقاما اولية .

أ)عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب)احسب $P(X^2 - X \leq 0)$



التمرين 67 : BAC2019 m



صندوقان غير شفافين U_1 و U_2

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات حمراء و3 سوداء

ويحتوي صندوق ثاني U_2 على 3 كرات حمراء و كرتين سوداوين

(كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة اوجه مرقمة من 1 الى 6 . اذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A و B و C المعرفة بـ : الحادثة A : سحب كرتين حمراوين.

الحادثة B : سحب كرتين سوداوين.

الحادثة C : سحب كرتين من لونين مختلفين.

1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات

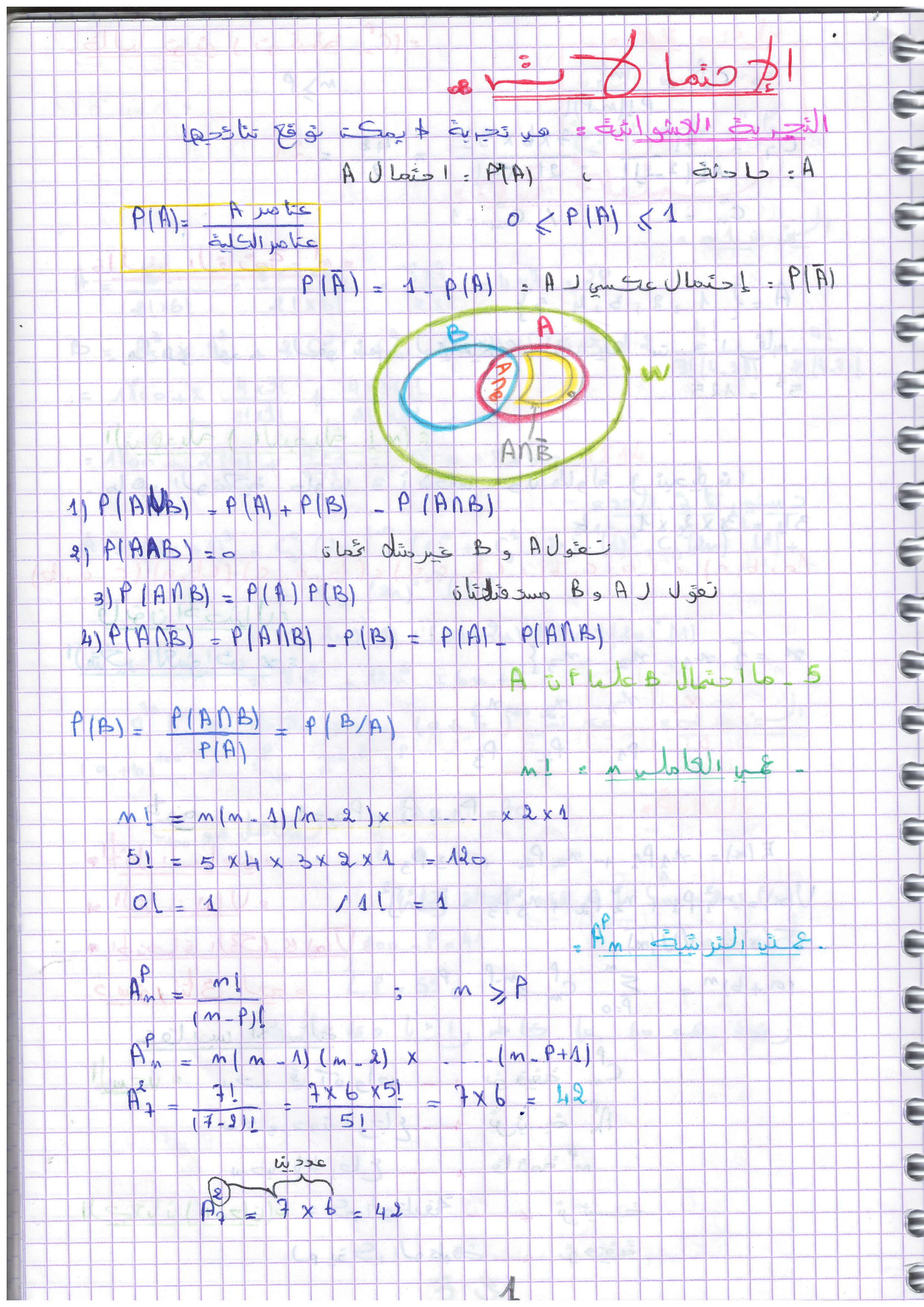
2) احسب احتمالات الأحداث A و B و C

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ)عين قيم المتغير العشوائي X .ثم عرف قانون احتماله.

ب)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ج) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$



الإحتمالات

التجربة العشوائية : هي تجربة لا يمكن توقع نتائجها

A : حادثة ، $P(A)$: احتمال A

$$P(A) = \frac{\text{عناصر } A}{\text{عناصر الكلية}}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$P(\bar{A})$: إحتمال عكسي لـ A : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2) $P(A \cap B) = 0$ نقول A و B غير متلائمتان

3) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ نقول لـ A و B مستقلتان

4) $P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B) = P(A) - P(A \cap B)$

5 - ما احتمال B علما أن A

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B/A)$$

- عدد العاملي n : $n!$

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$0! = 1 \quad / \quad 1! = 1$$

. عدد الترتيبات A_n^p :

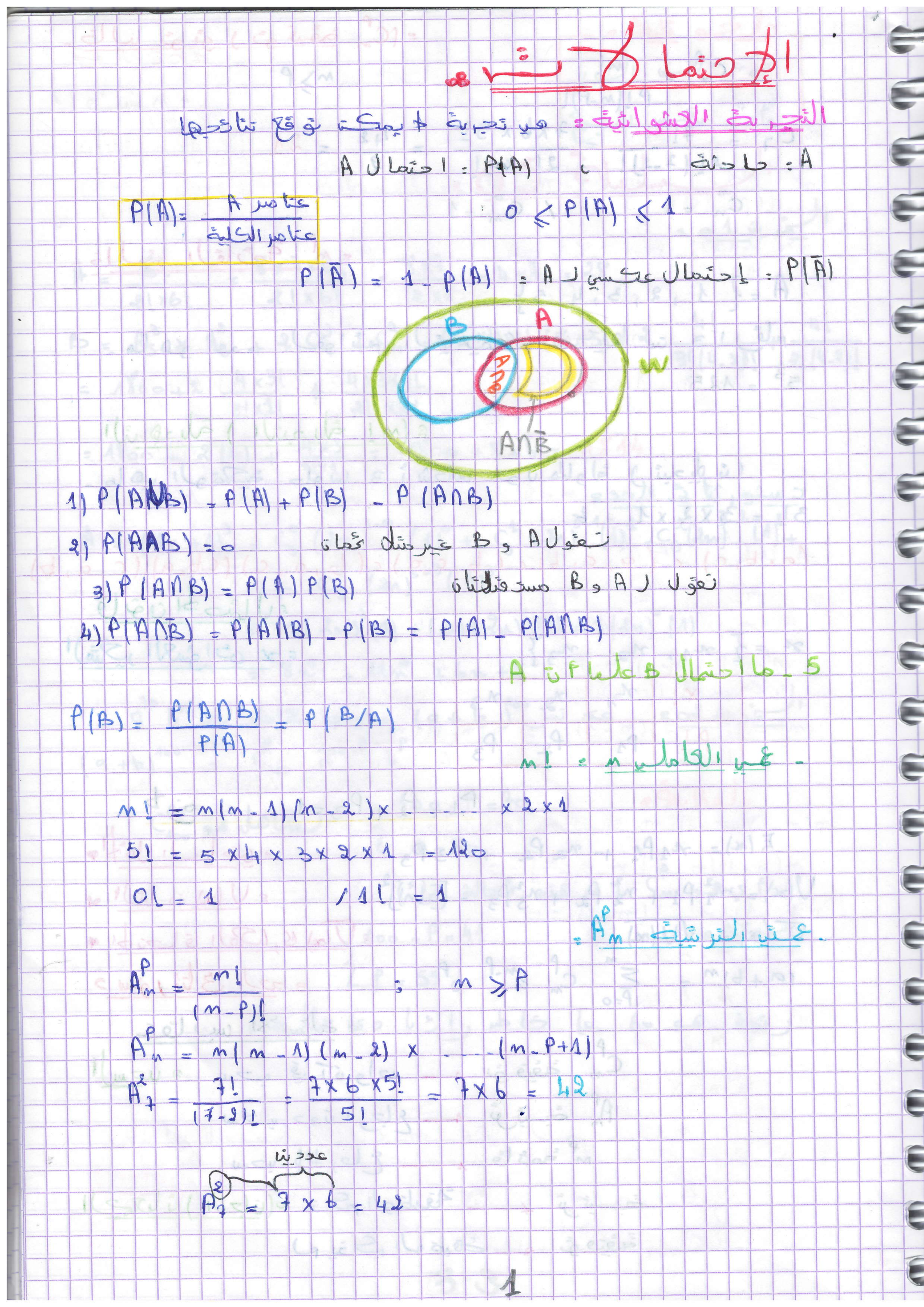
$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \quad ; \quad n \geq p$$

$$A_n^p = n(n-1)(n-2) \times \dots (n-p+1)$$

$$A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 7 \times 6 = 42$$

عددين

$$A_7^2 = 7 \times 6 = 42$$



الإحتمالات

التجربة العشوائية: هي تجربة لا يمكن توقع نتائجها

A: حادثة ، $P(A)$: احتمال A

$$P(A) = \frac{\text{عناصر } A}{\text{عناصر الكلية}}$$

$0 \leq P(A) \leq 1$

$P(\bar{A})$: إحتمال عكسي لـ A : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2) $P(A \cap B) = 0$ نقول A و B غير متلائمتان

3) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ نقول A و B مستقلتان

4) $P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B) = P(A) - P(A \cap B)$

5 _ ما احتمال B علما أن A

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B/A)$$

- عدد العاملي n : $n!$

$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$0! = 1$ / $1! = 1$

- عدد الترتيبة: A_n^p

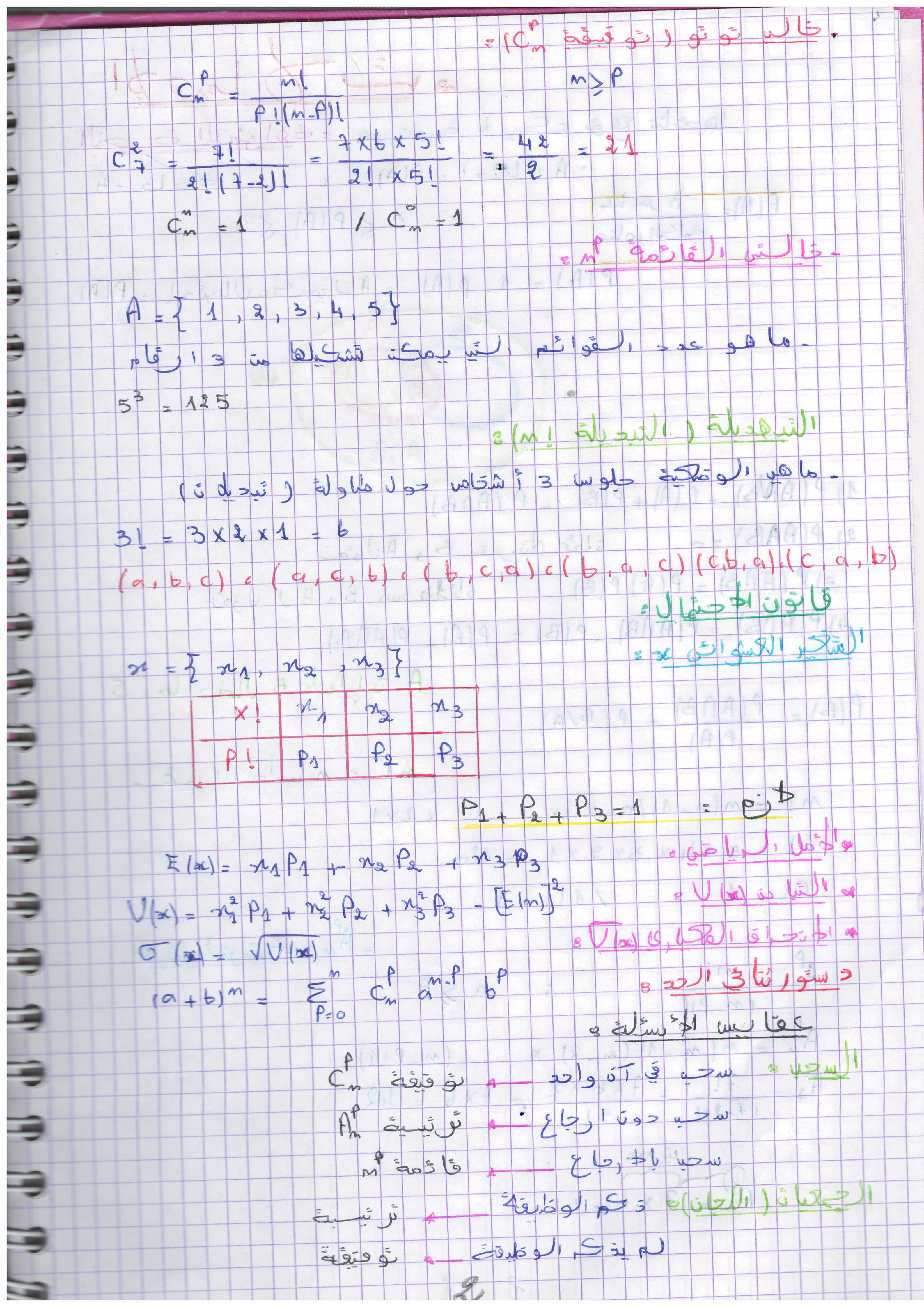
$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \quad ; \quad n \geq p$$

$A_n^p = n(n-1)(n-2) \times \dots (n-p+1)$

$$A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 7 \times 6 = 42$$

عددين

$A_7^2 = 7 \times 6 = 42$



خالتي توتو التوفيقة (C_n^p) :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \qquad n \geq p$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2! \times 5!} = \frac{42}{2} = 21$$

$$C_n^n = 1 \quad / \quad C_n^0 = 1$$

خالتي القائمة n^p :

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

ماهو عدد القوائم التي يمكن تشكيلها من 3 أرقام

$$5^3 = 125$$

التبديلة (التبديلة $n!$) :

ماهي الوضعية جلوس 3 أشخاص حول طاولة (تبديلة)

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

(a, b, c) ، (a, c, b) ، (b, c, a) ، (b, a, c) ، (c, b, a) ، (c, a, b)

قانون الاحتمال :

المتغير العشوائي x :

$$x = \{x_1, x_2, x_3\}$$

X	x_1	x_2	x_3
P	P_1	P_2	P_3

ن م : $P_1 + P_2 + P_3 = 1$

* الأمل الرياضي :

$$E(x) = x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3$$

* التباين $V(x)$:

$$V(x) = x_1^2 P_1 + x_2^2 P_2 + x_3^2 P_3 - [E(x)]^2$$

* الانحراف المعياري $V(x)$:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$$

دستور ثنائي الحد :

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$$

عكاس الأسئلة :

السحب :

سحب في آن واحد ← توفيقة C_n^p

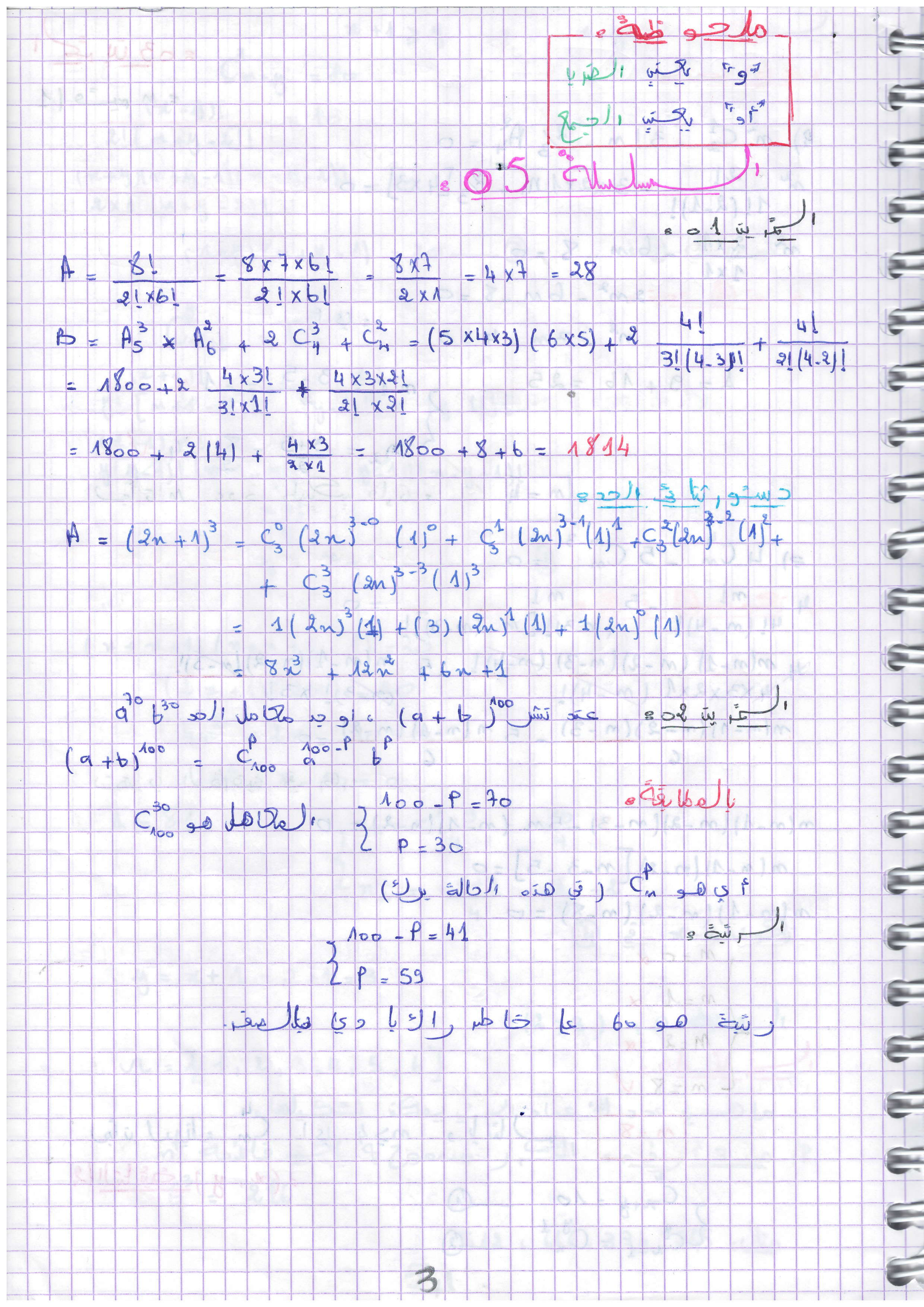
سحب دون إرجاع ← ترتيبة A_n^p

سحب بإرجاع ← قائمة n^p

الجمعيات (اللجان) :

تذكر الوظيفة ← ترتيبة

لم يذكر الوظيفة ← توفيقة



ملاحظة:

"و" يعني الضرب

"أو" يعني الجمع

السلسلة: 05

التمرين 01:

$$A = \frac{8!}{2!\times 6!} = \frac{8\times 7\times 6!}{2!\times 6!} = \frac{8\times 7}{2\times 1} = 4\times 7 = 28$$

$$B = A_5^3 \times A_6^2 + 2\,C_4^3 + C_4^2 = (5\times 4\times 3)(6\times 5) + 2\,\frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

$$= 1800 + 2\,\frac{4\times 3!}{3!\times 1!} + \frac{4\times 3\times 2!}{2!\times 2!}$$

$$= 1800 + 2(4) + \frac{4\times 3}{2\times 1} = 1800 + 8 + 6 = 1814$$

دستور ثنائي الحد:

$$A = (2x+1)^3 = C_3^0 (2x)^{3-0}(1)^0 + C_3^1 (2x)^{3-1}(1)^1 + C_3^2 (2x)^{3-2}(1)^2 + C_3^3 (2x)^{3-3}(1)^3$$

$$= 1(2x)^3(1) + (3)(2x)^1(1) + 1(2x)^0(1)$$

$$= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

التمرين 02: عند نشر $(a+b)^{100}$، أوجد معامل الحد $a^{70}b^{30}$

$$(a+b)^{100} = C_{100}^{p}\, a^{100-p}\, b^{p}$$

بالمطابقة:

$$\begin{cases} 100 - p = 70 \\ p = 30 \end{cases}$$

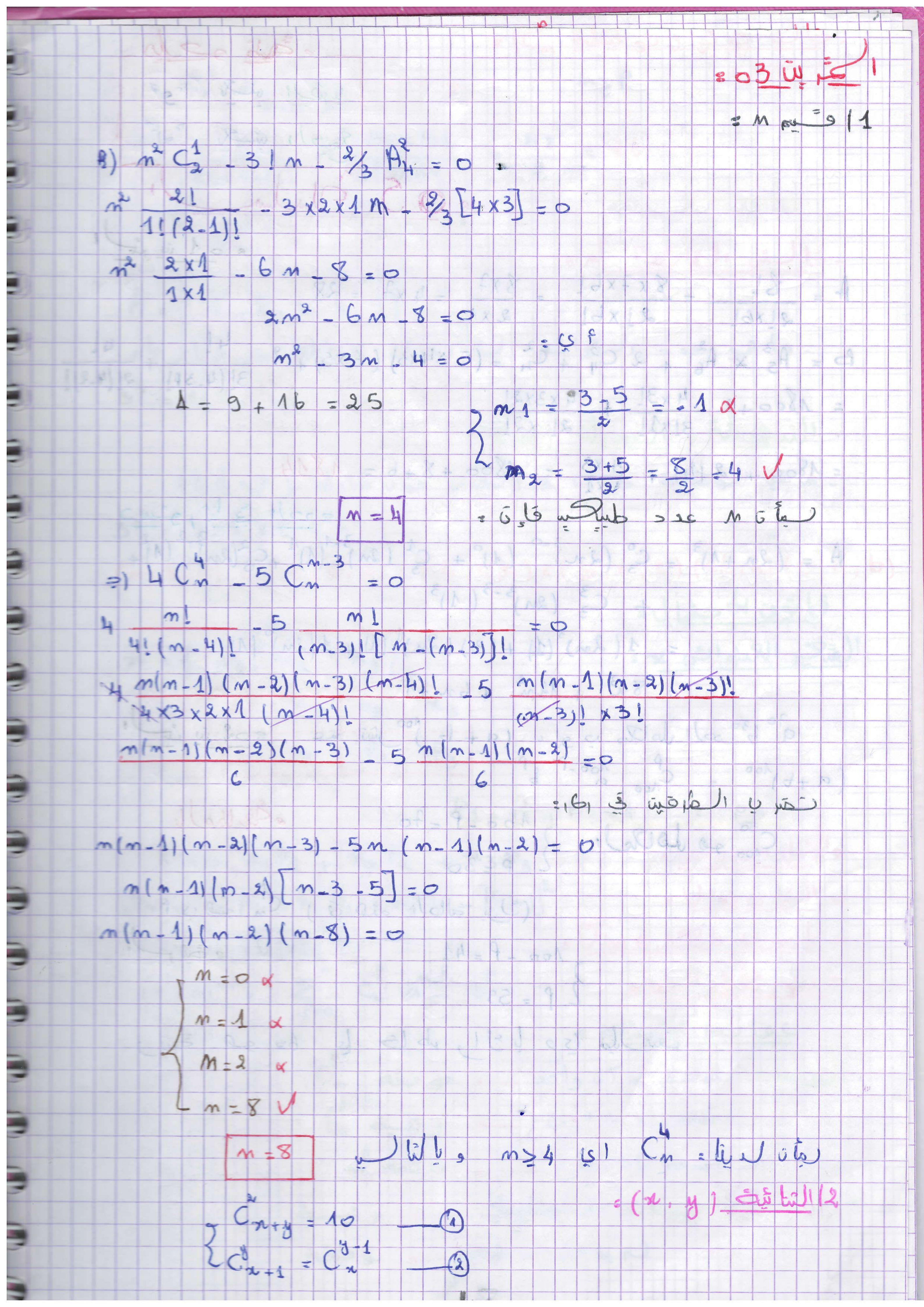
المعامل هو C_{100}^{30}

أي هو C_n^p (في هذه الحالة برك)

الرتبة:

$$\begin{cases} 100 - p = 41 \\ p = 59 \end{cases}$$

رتبة هو 60 على خاطر راك بادي فالصفر.



التمرين 03 :

1/ قيم n :

a) $n^2 C_2^1 - 3!\,n - \frac{2}{3} A_4^2 = 0$

$n^2 \frac{2!}{1!(2-1)!} - 3\times2\times1\, n - \frac{2}{3}[4\times3] = 0$

$n^2 \frac{2\times1}{1\times1} - 6n - 8 = 0$

$2n^2 - 6n - 8 = 0$

أي : $n^2 - 3n - 4 = 0$

$\Delta = 9 + 16 = 25$

$n_1 = \frac{3-5}{2} = -1$ ✗

$n_2 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$ ✓

بما أن n عدد طبيعي فإن : $n = 4$

b) $4C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0$

$4\frac{n!}{4!(n-4)!} - 5\frac{n!}{(n-3)![n-(n-3)]!} = 0$

$4\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{4\times3\times2\times1\,(n-4)!} - 5\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!\times3!}$

$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{6} - 5\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 0$

نضرب الطرفين في 6 :

$n(n-1)(n-2)(n-3) - 5n(n-1)(n-2) = 0$

$n(n-1)(n-2)[n-3-5] = 0$

$n(n-1)(n-2)(n-8) = 0$

$n = 0$ ✗

$n = 1$ ✗

$n = 2$ ✗

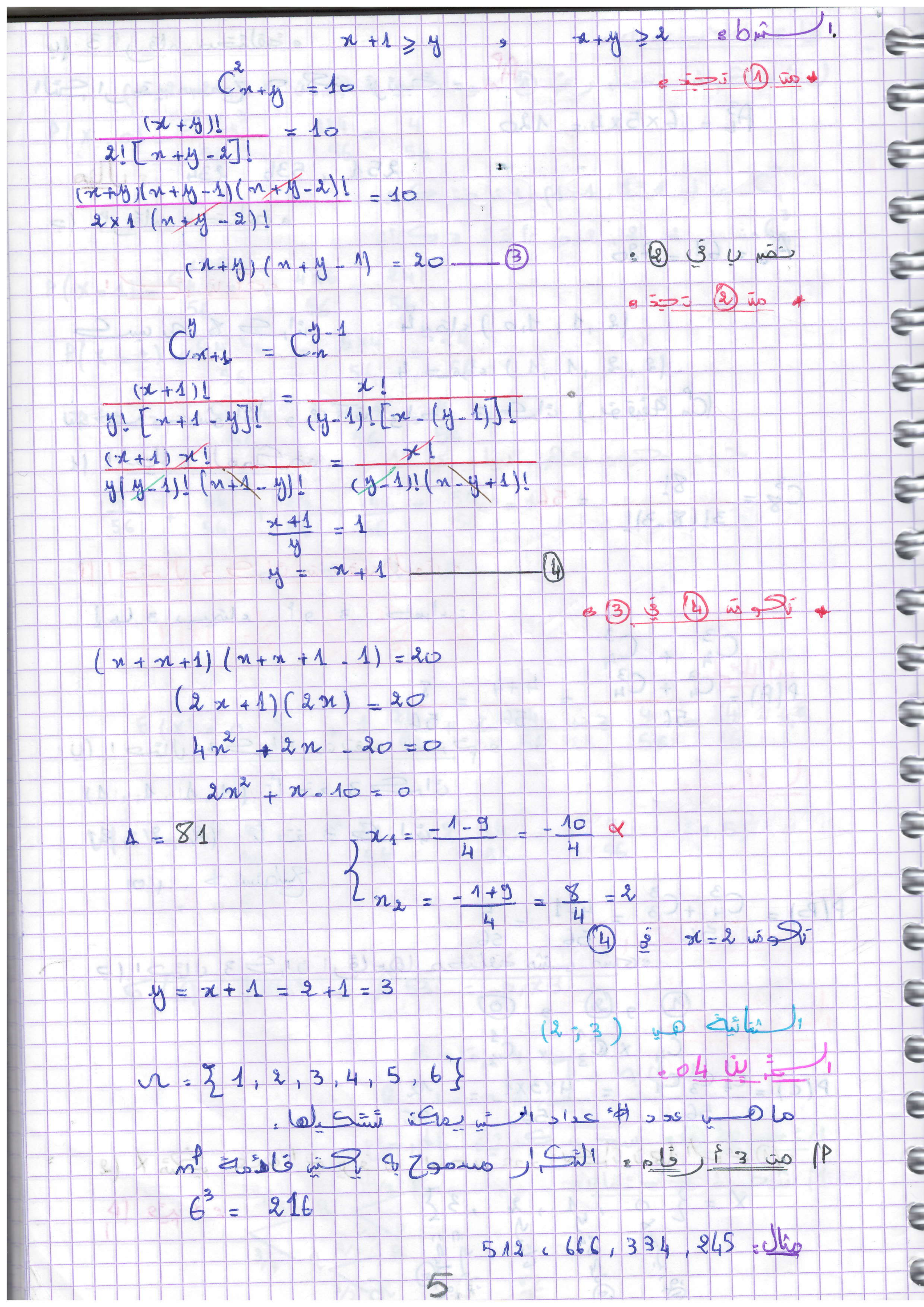
$n = 8$ ✓

بما أن لدينا : C_n^4 أي $n \geq 4$ وبالتالي $n = 8$

2/ الثنائية (x, y) :

$C_{x+y}^2 = 10$ —— (1)

$C_{x+1}^y = C_x^{y-1}$ —— (2)



1. شرط: $x+y \geq 2$ ، $x+1 \geq y$

* من ① نجد:

$$C^2_{x+y} = 10$$

$$\frac{(x+y)!}{2!\,[x+y-2]!} = 10$$

$$\frac{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)!}{2\times 1\,(x+y-2)!} = 10$$

نقسم با في ② :

$$(x+y)(x+y-1) = 20 \text{ ——— } ③$$

* من ② نجد:

$$C^{y}_{x+1} = C^{y-1}_{x}$$

$$\frac{(x+1)!}{y!\,[x+1-y]!} = \frac{x!}{(y-1)!\,[x-(y-1)]!}$$

$$\frac{(x+1)\,x!}{y(y-1)!\,(x+1-y)!} = \frac{x!}{(y-1)!\,(x-y+1)!}$$

$$\frac{x+1}{y} = 1$$

$$y = x+1 \text{ ——— } ④$$

* نعوض ④ في ③ :

$$(x+x+1)(x+x+1-1) = 20$$

$$(2x+1)(2x) = 20$$

$$4x^2 + 2x - 20 = 0$$

$$2x^2 + x - 10 = 0$$

$\Delta = 81$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1-9}{4} = -\dfrac{10}{4} \quad ✗ \\ x_2 = \dfrac{-1+9}{4} = \dfrac{8}{4} = 2 \end{cases}$$

نعوض $x=2$ في ④

$$y = x+1 = 2+1 = 3$$

الثنائية هي $(2;3)$

التمرين 04:

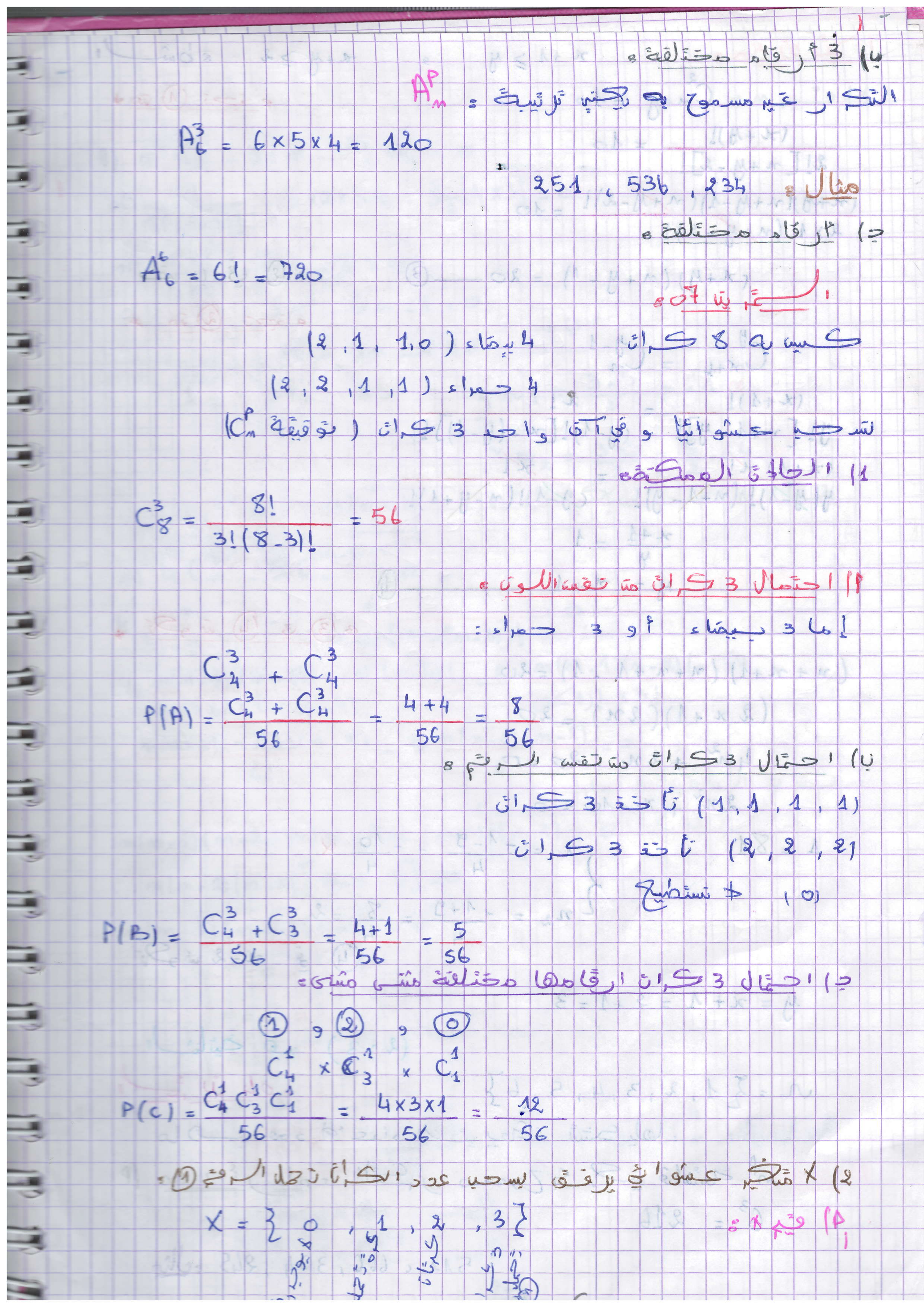
$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ما هي عدد الاعداد التي يمكن تشكيلها.

P) من 3 أرقام: التكرار مسموح و يعني قائمة n^p

$$6^3 = 216$$

مثال: 512 ، 666 ، 334 ، 245



ب) ذو 3 أرقام مختلفة:

التكرار غير مسموح به يعني ترتيبة : A_n^p

$$A_6^3 = 6\times5\times4 = 120$$

مثال: 234 , 536 , 251

ج) 6 أرقام مختلفة:

$$A_6^6 = 6! = 720$$

تمرين 07:

كيس به 8 كرات: 4 بيضاء (2 , 1 , 1 , 0) ؛ 4 حمراء (2 , 2 , 1 , 1)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات (توفيقة C_n^p)

1) الحالات الممكنة:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

2) أ) احتمال 3 كرات من نفس اللون:

إما 3 بيضاء أو 3 حمراء:

$$C_4^3 + C_4^3$$

$$P(A) = \frac{C_4^3 + C_4^3}{56} = \frac{4+4}{56} = \frac{8}{56}$$

ب) احتمال 3 كرات من نفس الرقم:

(1 , 1 , 1 , 1) نأخذ 3 كرات

(2 , 2 , 2) نأخذ 3 كرات

(0) لا نستطيع

$$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$$

ج) احتمال 3 كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى:

① و ② و ⓪

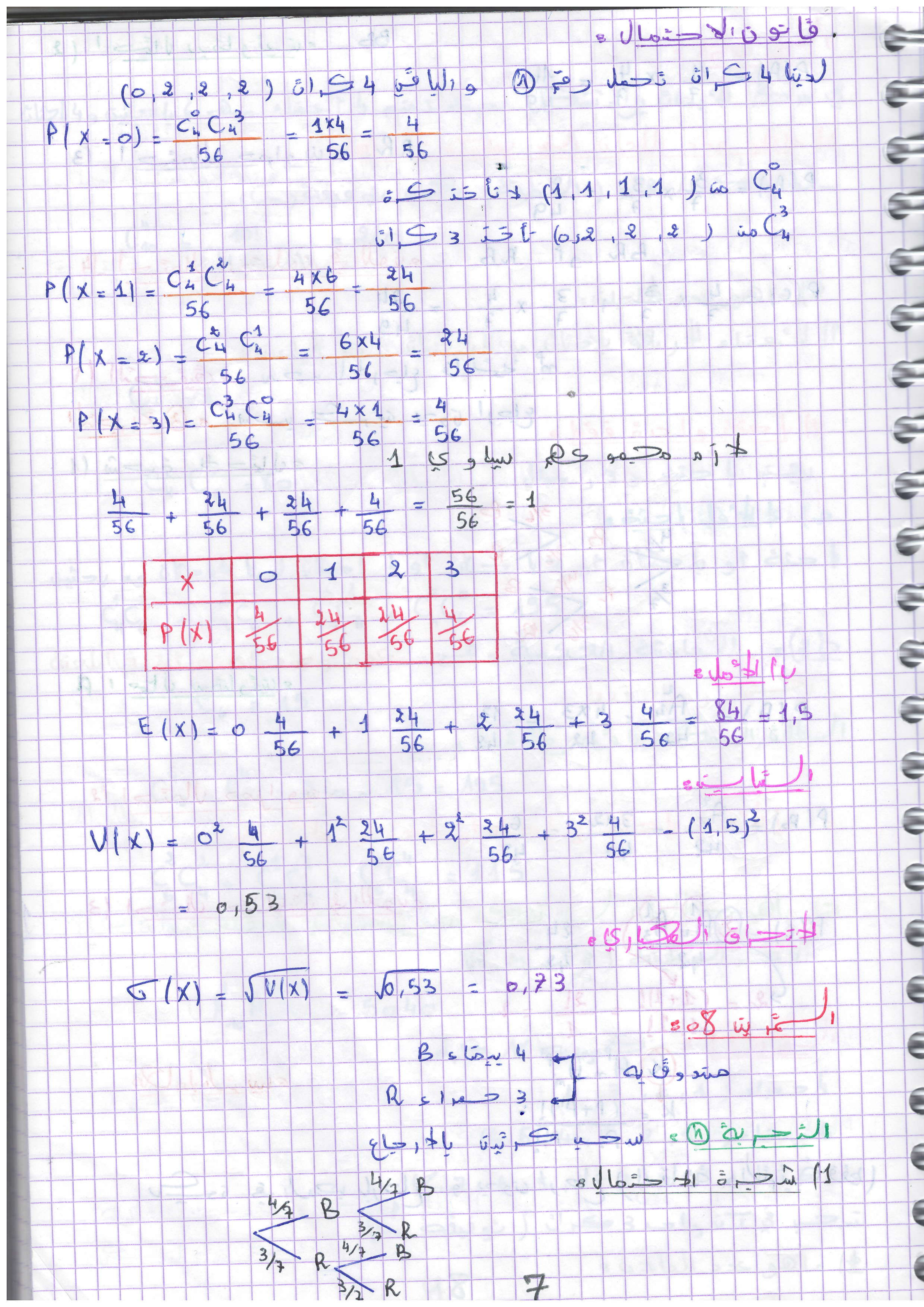
$$C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1$$

$$P(C) = \frac{C_4^1 C_3^1 C_1^1}{56} = \frac{4\times3\times1}{56} = \frac{12}{56}$$

2) X متغير عشوائي يرفق بسحب عدد الكرات التي تحمل الرقم ①:

قيم X:

$$X = \{0 , 1 , 2 , 3\}$$



قانون الاحتمال:

لدينا 4 كرات تحمل رقم (1) والباقي 4 كرات (0، 2، 2، 2)

$$P(X=0)=\frac{C_4^0\,C_4^3}{56}=\frac{1\times4}{56}=\frac{4}{56}$$

C_4^0 من (1، 1، 1، 1) لا نأخذ كرة:

C_4^3 من (0، 2، 2، 2) نأخذ 3 كرات

$$P(X=1)=\frac{C_4^1\,C_4^2}{56}=\frac{4\times6}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(X=2)=\frac{C_4^2\,C_4^1}{56}=\frac{6\times4}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(X=3)=\frac{C_4^3\,C_4^0}{56}=\frac{4\times1}{56}=\frac{4}{56}$$

لازم مجموعهم يساوي 1

$$\frac{4}{56}+\frac{24}{56}+\frac{24}{56}+\frac{4}{56}=\frac{56}{56}=1$$

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

الأمل:

$$E(X)=0\,\frac{4}{56}+1\,\frac{24}{56}+2\,\frac{24}{56}+3\,\frac{4}{56}=\frac{84}{56}=1{,}5$$

التباين:

$$V(X)=0^2\,\frac{4}{56}+1^2\,\frac{24}{56}+2^2\,\frac{24}{56}+3^2\,\frac{4}{56}-(1{,}5)^2$$

$$=0{,}53$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0{,}53}=0{,}73$$

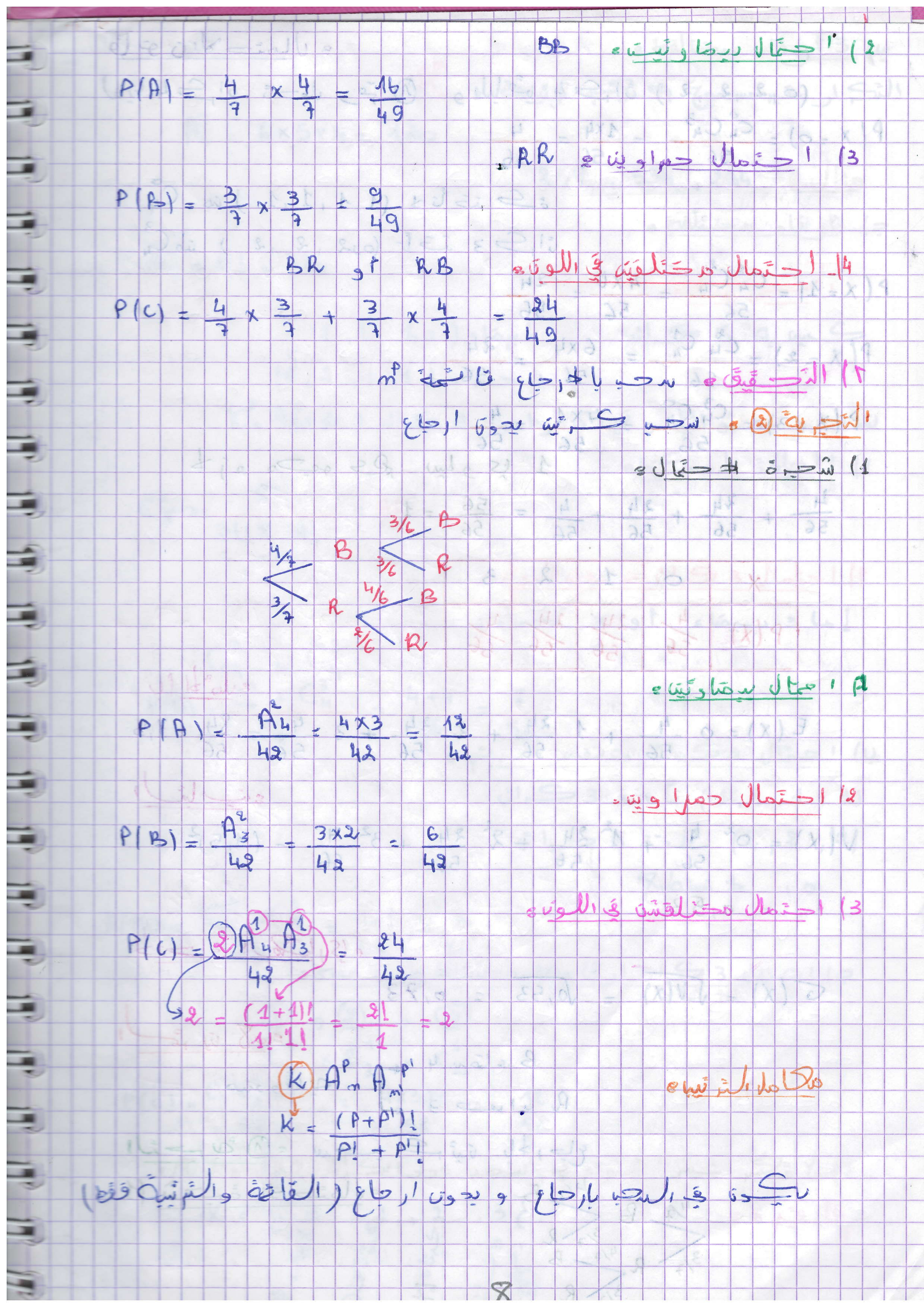
التمرين 08:

صندوق به:
- 4 بيضاء B
- 3 حمراء R

التجربة (1): سحب كرتين بالإرجاع

1) شجرة الاحتمال:

- $\frac{4}{7}$ B
  - $\frac{4}{7}$ B
  - $\frac{3}{7}$ R
- $\frac{3}{7}$ R
  - $\frac{4}{7}$ B
  - $\frac{3}{7}$ R



2) احتمال بيضاوتين : BB

$$P(A) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

3) احتمال حمراوتين : RR

$$P(B) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

4) احتمال مختلفتين في اللون : RB أو BR

$$P(C) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{24}{49}$$

٢) التحقيق : سحب بالإرجاع فالنتيجة n^p

التجربة ② : سحب كرتين بدون ارجاع

1) شجرة الاحتمال :

- $4/7$ → B
  - $3/6$ → B
  - $3/6$ → R
- $3/7$ → R
  - $4/6$ → B
  - $2/6$ → R

1) احتمال بيضاويتين :

$$P(A) = \frac{A_4^2}{42} = \frac{4 \times 3}{42} = \frac{12}{42}$$

2) احتمال حمراويتين :

$$P(B) = \frac{A_3^2}{42} = \frac{3 \times 2}{42} = \frac{6}{42}$$

3) احتمال مختلفتين في اللون :

$$P(C) = \frac{2 A_4^1 A_3^1}{42} = \frac{24}{42}$$

$$2 = \frac{(1+1)!}{1!\,1!} = \frac{2!}{1} = 2$$

معامل الترتيب :

$$K \, A_n^p \, A_{n'}^{p'}$$

$$K = \frac{(p+p')!}{p! + p'!}$$

نكون في السحب بإرجاع و بدون ارجاع (القاعدة والترتيبة فقط)

التمرين 10 :

في مركز للأبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء منهم 6 باحثين و4 باحثات

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها :

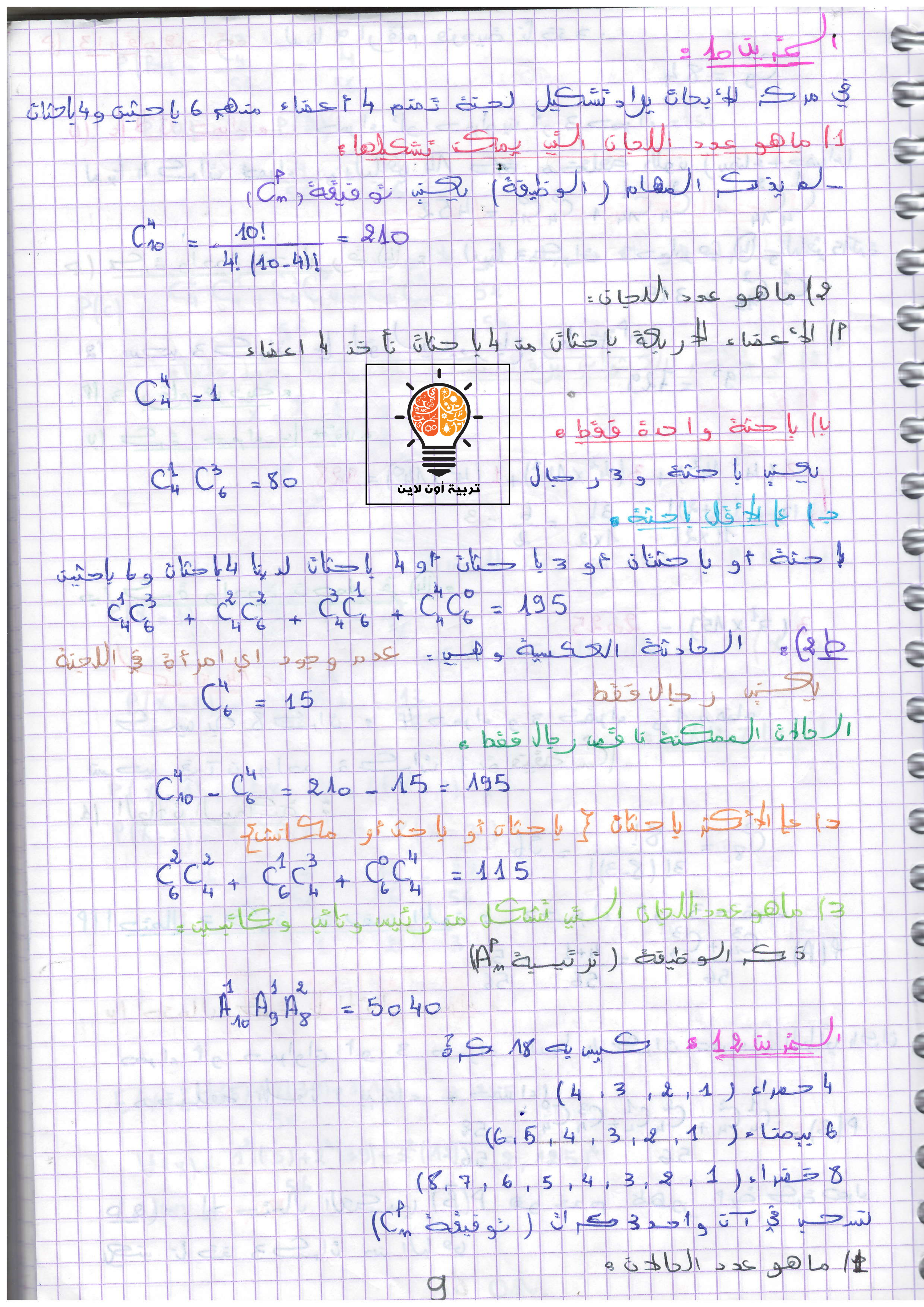
- لم يذكر المهام (الوظيفة) يعني توفيقة (C_n^p)

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = 210$$

2) ماهو عدد اللجان :

أ) الأعضاء الأربعة باحثات من 4 باحثات تأخذ 4 أعضاء

$$C_4^4 = 1$$



ب) باحثة واحدة فقط :

يعني باحثة و3 رجال

$$C_4^1 C_6^3 = 80$$

ج) على الأقل باحثة :

باحثة أو باحثتان أو 3 باحثات أو 4 باحثات لدينا 4 باحثات و6 باحثين

$$C_4^1 C_6^3 + C_4^2 C_6^2 + C_4^3 C_6^1 + C_4^4 C_6^0 = 195$$

ط2 : الحادثة العكسية وهي : عدم وجود أي امرأة في اللجنة

يعني رجال فقط

$$C_6^4 = 15$$

الحالات الممكنة ناقص رجال فقط :

$$C_{10}^4 - C_6^4 = 210 - 15 = 195$$

د) على الأكثر باحثتان {باحثتان أو باحثة أو ماكانش}

$$C_6^2 C_4^2 + C_6^1 C_4^3 + C_6^0 C_4^4 = 115$$

3) ماهو عدد اللجان التي تشكل من رئيس ونائب وكاتب :

ذكر الوظيفة (ترتيبية A_n^p)

$$A_{10}^1 A_9^1 A_8^2 = 5040$$

التمرين 12 :

كيس به 18 كرة

4 حمراء (1 , 2 , 3 , 4)

6 بيضاء (1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6)

8 خضراء (1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8)

نسحب في آن واحد 3 كرات (توفيقة C_n^p)

1) ماهو عدد الحالات :



أ) 3 أرقام فردية : لدينا 9 أرقام فردية نأخذ 3 :

$$C_9^3 = 84$$

ب) على الأقل حمراء : حمراء أو حمراوين أو 3 حمراء

لدينا 4 كرات حمراء والباقي 14 كرة مختلفة اللون (بيضاء + خضراء)

$$C_4^1 C_{14}^2 + C_4^2 C_{14}^1 + C_4^3 C_{14}^0 = 452$$

جـ) كرة واحدة تحمل رقم (4) : لدينا 3 كرات تحمل رقم (4) والباقي 15 كرة

$$C_3^1 C_{15}^2 = 315$$

2) سحب 3 كرات على التوالي بإرجاع (قائمة n^p)

$$9^3 = 729$$

أ) 3 أرقام فردية :

ب) كرة حمراء على الأقل :

$$3(4^1\ 14^2) + 3(4^2 \times 14^1) + 1(4^3 \times 14^0) = 928$$

$$3 = \frac{(1+2)!}{1! \times 2!} = \frac{3!}{1 \times 2} = \frac{6}{2} = 3$$

جـ) كرة واحدة تحمل رقم (4) :

$$3(3^1 \times 15^2) = 2025$$

التمرين 14 :

كيس به 8 كرات : 4 حمراء و 3 خضراء و 1 بيضاء

نسحب في آن واحد 3 كرات (توفيقة C_n^p)

1) الحالات الممكنة :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

أ) احتمال 3 كرات من نفس اللون : 3 حمراء أو 3 خضراء

$$P(A) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$$

ب) احتمال كرة على الأقل حمراء :

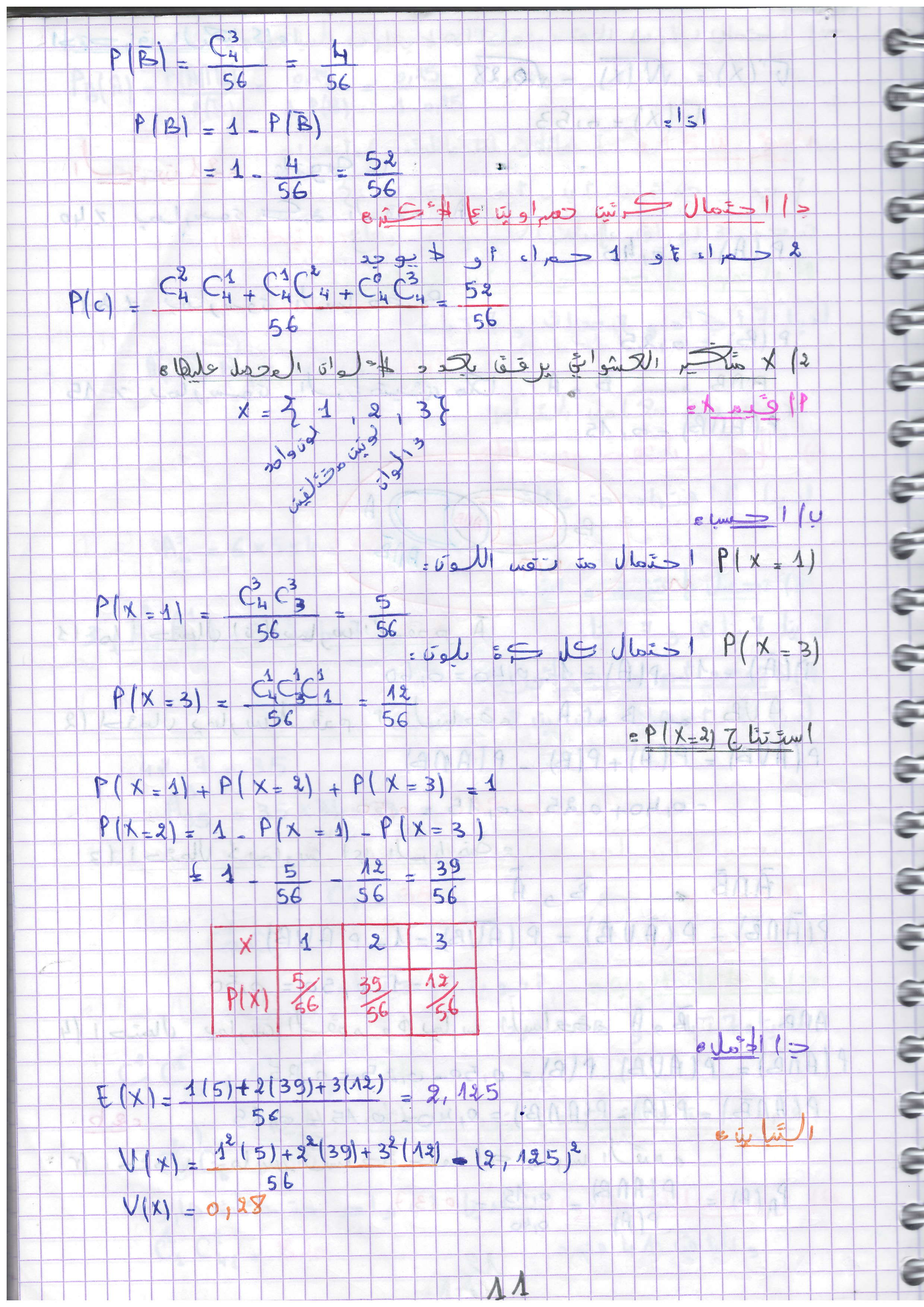
حمراء أو حمراوان أو 3 حمراء لدينا 4 كرات حمراء والباقي 4 كرات

مختلفة اللون (بيضاء + خضراء)

$$P(B) = \frac{C_4^1 C_4^2 + C_4^2 C_4^1 + C_4^3 C_4^0}{56} = \frac{52}{56}$$

ط 2) : الاحتمال العكسي $P(\bar{B})$ هو عدم ظهور أية كرة حمراء

يعني نأخذ 3 كرات من الباقي



$$P(\bar{B}) = \frac{C_4^3}{56} = \frac{4}{56}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B})$$

$$= 1 - \frac{4}{56} = \frac{52}{56}$$

إذا:

د/ احتمال كرتين حمراوين على الأكثر:

2 حمراء و 1 حمراء أو لا يوجد

$$P(C) = \frac{C_4^2 C_4^1 + C_4^1 C_4^2 + C_4^0 C_4^3}{56} = \frac{52}{56}$$

2) X متغير العشوائي يرفق بعدد الألوان المحصل عليها:

أ/ قيم X:

$$X = \{1, 2, 3\}$$

1: لون واحد، 2: لونين مختلفين، 3: 3 ألوان

ب/ الحساب:

$P(X=1)$ احتمال من نفس اللون:

$$P(X=1) = \frac{C_4^3 C_3^3}{56} = \frac{5}{56}$$

$P(X=3)$ احتمال كل كرة بلون:

$$P(X=3) = \frac{C_4^1 C_3^1 C_1^1}{56} = \frac{12}{56}$$

استنتاج $P(X=2)$:

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

$$P(X=2) = 1 - P(X=1) - P(X=3)$$

$$= 1 - \frac{5}{56} - \frac{12}{56} = \frac{39}{56}$$

X	1	2	3
P(X)	$\frac{5}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{12}{56}$

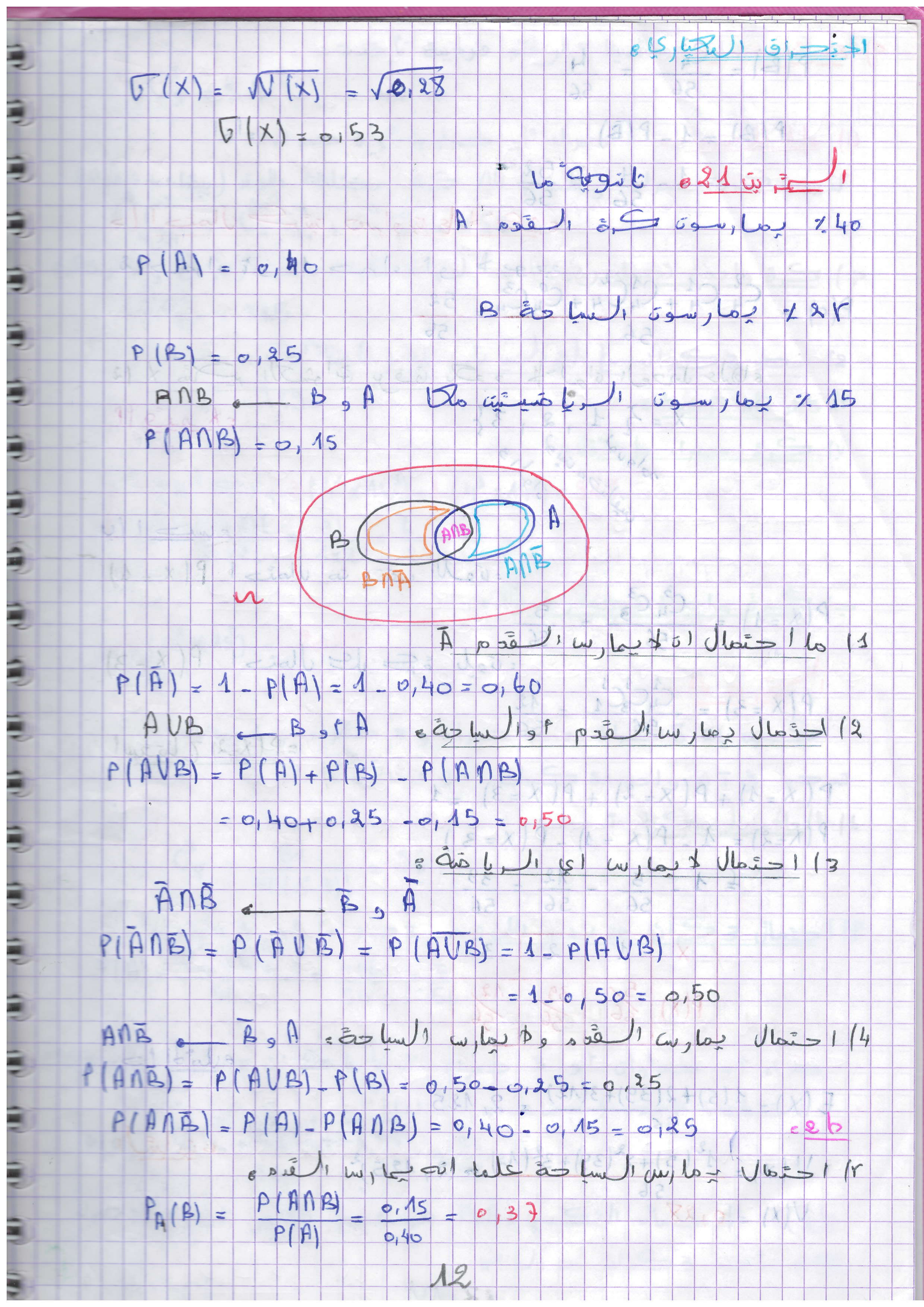
ج/ الأمل:

$$E(X) = \frac{1(5) + 2(39) + 3(12)}{56} = 2,125$$

التباين:

$$V(X) = \frac{1^2(5) + 2^2(39) + 3^2(12)}{56} - (2,125)^2$$

$$V(X) = 0,28$$



الإنحراف المعياري

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,28}$

$\sigma(X) = 0,53$

التمرين 21: ثانوية ما

40% يمارسون كرة القدم A

$P(A) = 0,40$

25% يمارسون السباحة B

$P(B) = 0,25$

15% يمارسون الرياضتين كلاهما A و B ⟵ $A \cap B$

$P(A \cap B) = 0,15$

1/ ما احتمال ان لا يمارس القدم $\bar{A}$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,40 = 0,60$

2/ احتمال يمارس القدم أو السباحة: A أو B ⟵ $A \cup B$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,40 + 0,25 - 0,15 = 0,50$

3/ احتمال لا يمارس اي الرياضة:

$\bar{A}$ و $\bar{B}$ ⟵ $\bar{A} \cap \bar{B}$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0,50 = 0,50$

4/ احتمال يمارس القدم و لا يمارس السباحة: A و $\bar{B}$ ⟵ $A \cap \bar{B}$

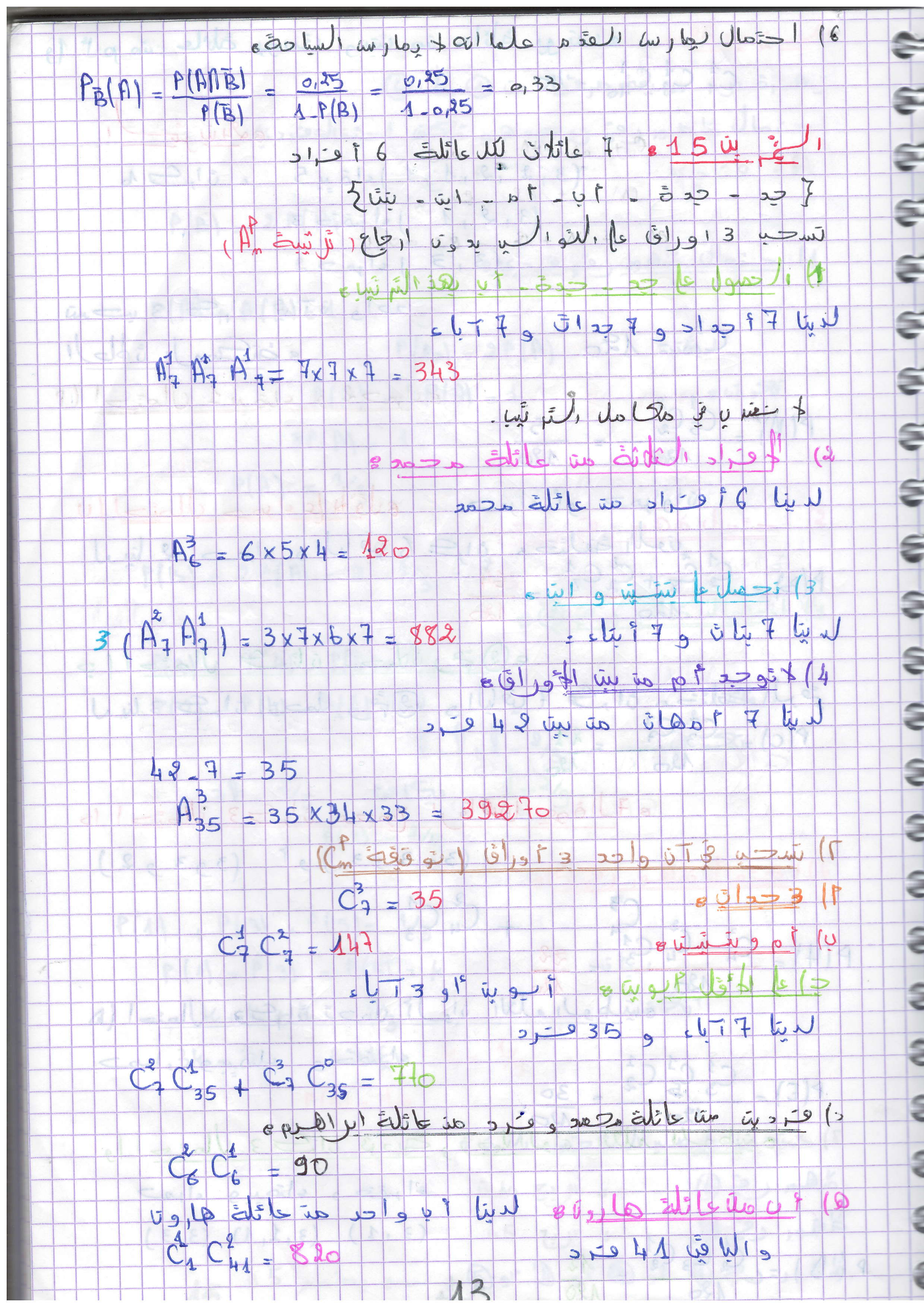
$P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B) = 0,50 - 0,25 = 0,25$

ou

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,40 - 0,15 = 0,25$

5/ احتمال يمارس السباحة علما انه يمارس القدم:

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,40} = 0,37$



16) احتمال يمارس العدو علما انه لا يمارس السباحة:

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,25}{1-P(B)} = \frac{0,25}{1-0,25} = 0,33$$

التمرين 15: 7 عائلات لكل عائلة 6 أفراد

{جد - جدة - أب - أم - ابن - بنت}

نسحب 3 أوراق على التوالي بدون ارجاع (ترتيبة A_n^p)

1) الحصول على جد - جدة - أب بهذا الترتيب.

لدينا 7 أجداد و 7 جدات و 7 آباء

$$A_7^1 A_7^1 A_7^1 = 7\times7\times7 = 343$$

لا نضرب في معامل الترتيب.

2) الأفراد الثلاثة من عائلة محمد:

لدينا 6 أفراد من عائلة محمد

$$A_6^3 = 6\times5\times4 = 120$$

3) نحصل على بنتين و ابن.

لدينا 7 بنات و 7 أبناء.

$$3(A_7^2 A_7^1) = 3\times7\times6\times7 = 882$$

4) لا توجد أم من بين الأوراق.

لدينا 7 أمهات من بين 42 فرد

$$42-7=35$$

$$A_{35}^3 = 35\times34\times33 = 39270$$

II) نسحب في آن واحد 3 أوراق (توفيقة C_n^p)

أ) 3 جدات.

$$C_7^3 = 35$$

ب) أم و بنتين.

$$C_7^1 C_7^2 = 147$$

جـ) على الأقل أبوين: أبوين أو 3 آباء

لدينا 7 آباء و 35 فرد

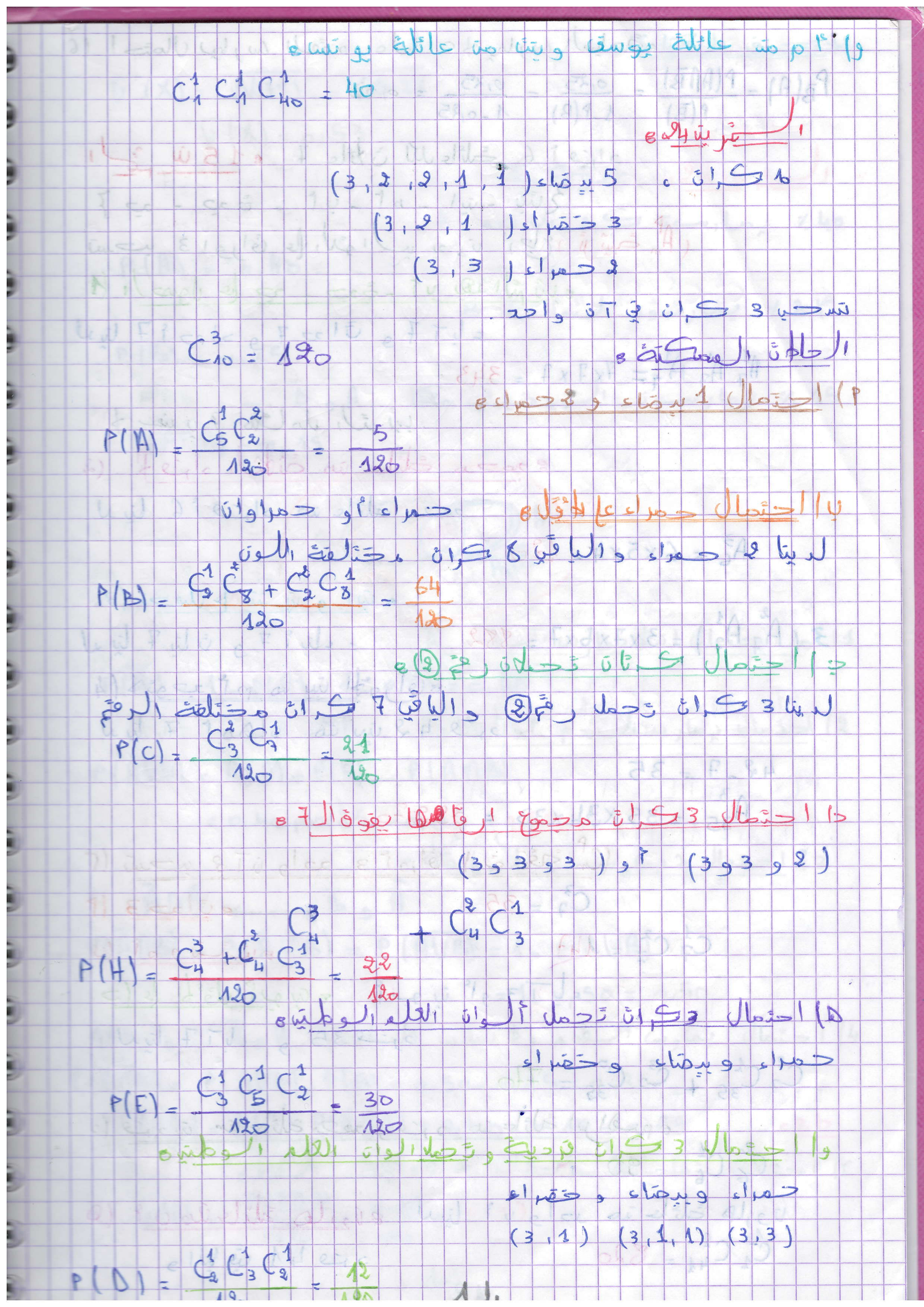
$$C_7^2 C_{35}^1 + C_7^3 C_{35}^0 = 770$$

د) فردين من عائلة محمد و فرد من عائلة ابراهيم.

$$C_6^2 C_6^1 = 90$$

هـ) أب من عائلة هارون. لدينا أب واحد من عائلة هارون والباقي 41 فرد

$$C_1^1 C_{41}^2 = 820$$



و) ٢ م من عائلة يوسف وبنت من عائلة بوتفنة

$C_1^1 C_1^1 C_{40}^1 = 40$

التمرين 4:

10 كرات: 5 بيضاء (1 , 1 , 2 , 2 , 3)

3 خضراء (1 , 2 , 3)

2 حمراء (3 , 3)

نسحب 3 كرات في آن واحد.

الحالات الممكنة: $C_{10}^3 = 120$

أ) احتمال 1 بيضاء و 2 حمراء:

$$P(A) = \frac{C_5^1 C_2^2}{120} = \frac{5}{120}$$

ب) احتمال حمراء على الأقل: حمراء أو حمراوان

لدينا 2 حمراء والباقي 8 كرات مختلفة اللون

$$P(B) = \frac{C_2^1 C_8^2 + C_2^2 C_8^1}{120} = \frac{64}{120}$$

ج) احتمال كرتان تحملان رقم (2):

لدينا 3 كرات تحمل رقم (2) والباقي 7 كرات مختلفة الرقم

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_7^1}{120} = \frac{21}{120}$$

د) احتمال 3 كرات مجموع أرقامها يفوق الـ 7:

(2 و 3 و 3) أو (3 و 3 و 3)

$C_4^3 + C_4^2 C_3^1$

$$P(H) = \frac{C_4^3 + C_4^2 C_3^1}{120} = \frac{22}{120}$$

هـ) احتمال 3 كرات تحمل ألوان العلم الوطني:

حمراء وبيضاء وخضراء

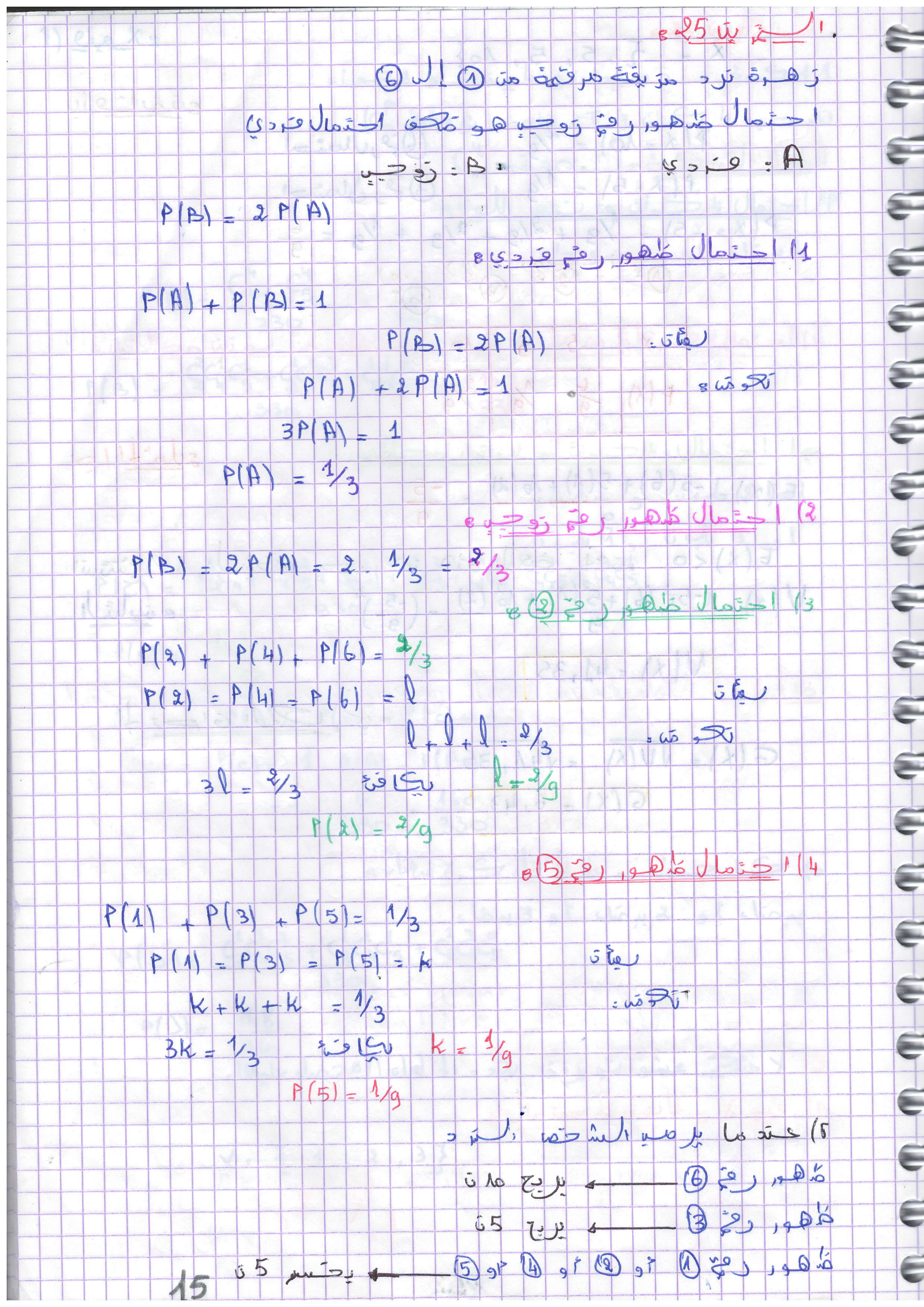
$$P(E) = \frac{C_3^1 C_5^1 C_2^1}{120} = \frac{30}{120}$$

و) احتمال 3 كرات فردية وتحمل ألوان العلم الوطني:

حمراء وبيضاء وخضراء

(3 , 1) (3 , 1 , 1) (3 , 3)

$$P(D) = \frac{C_2^1 C_3^1 C_2^1}{120} = \frac{12}{120}$$



التمرين 25:

زهرة نرد مزيفة مرقمة من ① إلى ⑥

احتمال ظهور رقم زوجي هو ضعف احتمال فردي

A: فردي ، B: زوجي

$P(B) = 2P(A)$

1) احتمال ظهور رقم فردي:

$P(A) + P(B) = 1$

بما أن: $P(B) = 2P(A)$

تكون: $P(A) + 2P(A) = 1$

$3P(A) = 1$

$P(A) = 1/3$

2) احتمال ظهور رقم زوجي:

$P(B) = 2P(A) = 2 \cdot 1/3 = 2/3$

3) احتمال ظهور رقم ②:

$P(2) + P(4) + P(6) = 2/3$

بما أن: $P(2) = P(4) = P(6) = l$

تكون: $l + l + l = 2/3$

$3l = 2/3$ ومنه $l = 2/9$

$P(2) = 2/9$

4) احتمال ظهور رقم ⑤:

$P(1) + P(3) + P(5) = 1/3$

بما أن: $P(1) = P(3) = P(5) = k$

تكون: $k + k + k = 1/3$

$3k = 1/3$ ومنه $k = 1/9$

$P(5) = 1/9$

5) حدد ما يربحه الشخص اللاعب

ظهور رقم ⑥ ⟵ يربح ١٥ ن

ظهور رقم ③ ⟵ يربح 5 ن

ظهور رقم ① أو ② أو ④ أو ⑤ ⟵ يخسر 5 ن



1) قيم X :

$X = \{-5, 5, 10\}$

ب) قانون الاحتمال :

$P(X=10) = 2/9$ احتمال رقم ⑥ .

$P(X=5) = 1/9$ احتمال رقم ③

$P(X=-5) = 1/9 + 2/9 + 2/9 + 1/9 = \frac{6}{9}$

① (2) ② (2) ④ (2) ⑤ (2)

X	-5	5	10
P(X)	$\frac{6}{9}$	$1/9$	$2/9$

ج) الأمل :

$$E(X) = \frac{-5(6) + 5(1) + 10(2)}{9} = \frac{-5}{9}$$

نستنتج أن الشخص خسر من هذه اللعبة لأن : $E(X) < 0$

التباين :

$$V(X) = \frac{(-5)^2(6) + 5^2(1) + 10^2(2)}{9} - \left(\frac{-5}{9}\right)^2$$

$$V(X) = 41{,}35$$

الانحراف المعياري :

$$G(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{41{,}35}$$

$$G(X) = 6{,}43$$

التمرين 26:

11 كرة : 5 سوداء و 4 بيضاء و 2 حمراء

تسحب 4 كرات في آن واحد (توفيقة C_n^p)

الحالات الممكنة: $C_{11}^4 = 330$

1) أ) احتمال 4 كرات من نفس اللون:

4 بيضاء أو 4 سوداء

$$P(A) = \frac{C_4^4 + C_5^4}{330} = \frac{6}{330}$$

ب) احتمال كرتان من نفس اللون و كرتان من لونين مختلفين:

$$P(B) = \frac{C_2^2 C_4^1 C_5^1 + C_2^1 C_4^2 C_5^1 + C_2^1 C_4^1 C_5^2}{330} = \frac{160}{330}$$

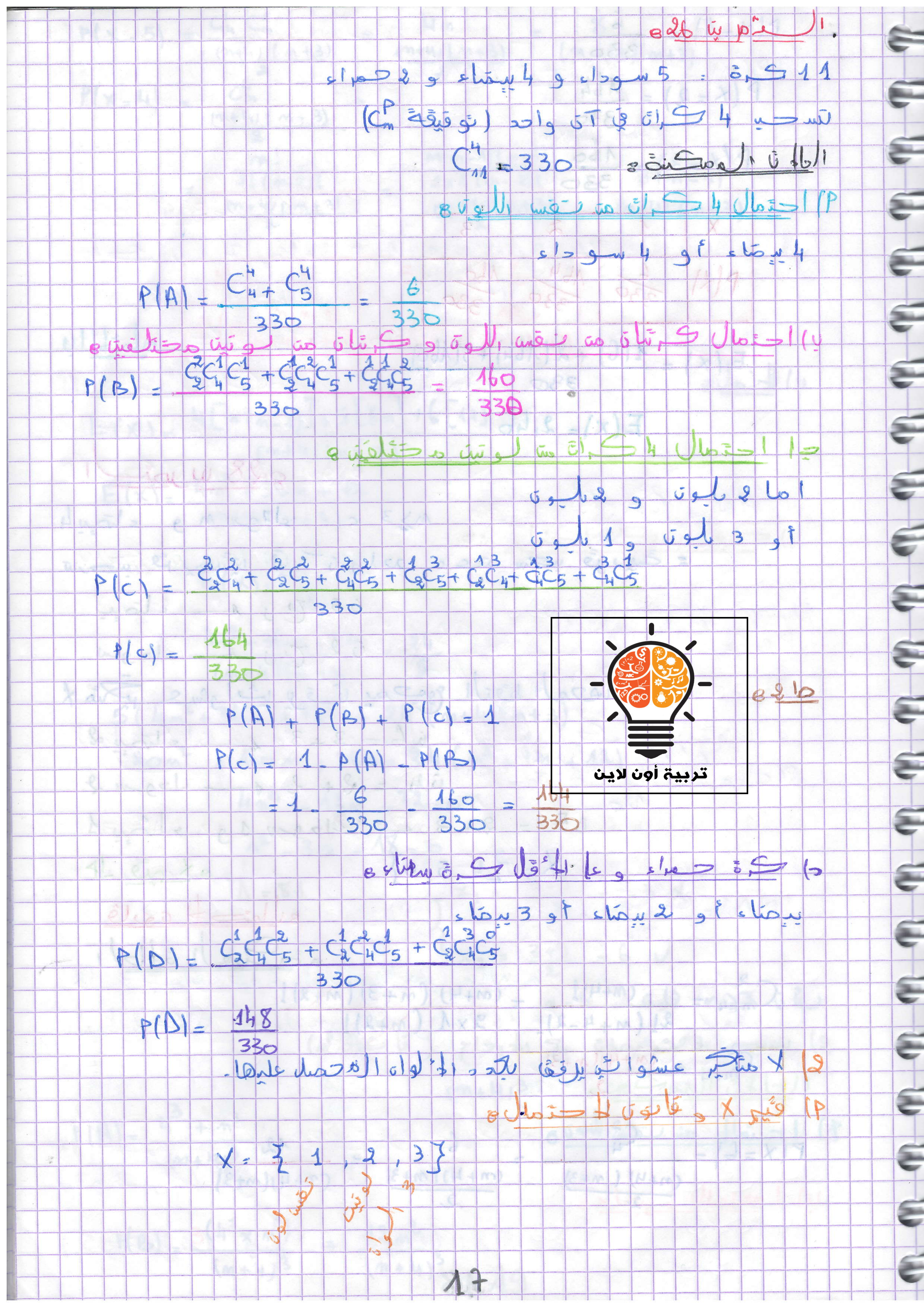
جـ) احتمال 4 كرات من لونين مختلفين:

اما 2 بلون و 2 بلون

أو 3 بلون و 1 بلون

$$P(C) = \frac{C_2^2 C_4^2 + C_2^2 C_5^2 + C_4^2 C_5^2 + C_2^1 C_5^3 + C_2^1 C_4^3 + C_4^1 C_5^3 + C_4^3 C_5^1}{330}$$

$$P(C) = \frac{164}{330}$$



طـ2:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B)$$

$$= 1 - \frac{6}{330} - \frac{160}{330} = \frac{164}{330}$$

د) كرة حمراء وعلى الأقل كرة بيضاء:

بيضاء أو 2 بيضاء أو 3 بيضاء

$$P(D) = \frac{C_2^1 C_4^1 C_5^2 + C_2^1 C_4^2 C_5^1 + C_2^1 C_4^3 C_5^0}{330}$$

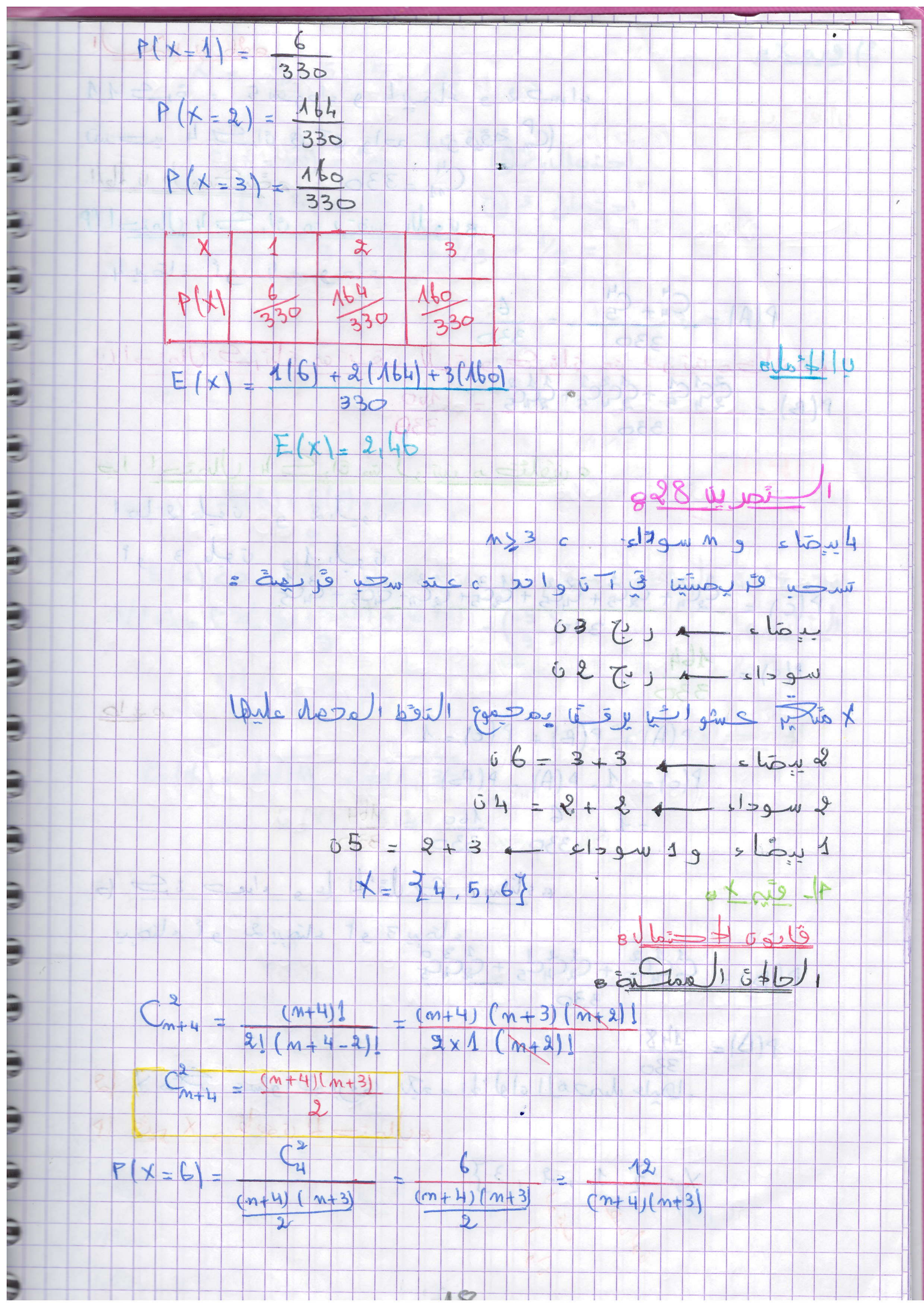
$$P(D) = \frac{148}{330}$$

2) X متغير عشوائي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها.

أ) قيم X و قانون الاحتمال:

$$X = \{1, 2, 3\}$$

نفس اللون — لونين — 3 ألوان



$P(X=1) = \frac{6}{330}$

$P(X=2) = \frac{164}{330}$

$P(X=3) = \frac{160}{330}$

X	1	2	3
P(X)	$\frac{6}{330}$	$\frac{164}{330}$	$\frac{160}{330}$

ب) الأمل

$E(X) = \frac{1(6) + 2(164) + 3(160)}{330}$

$E(X) = 2,46$

التمرين 28:

4 بيضاء و n سوداء ، $n \geq 3$

نسحب كريتين في آن واحد ، عند سحب كرية :

بيضاء ← نربح 3ن

سوداء ← نربح 2ن

X متغير عشوائي يرفق بمجموع النقاط المحصل عليها

2 بيضاء ← $3+3 = 6$ن

2 سوداء ← $2+2 = 4$ن

1 بيضاء و 1 سوداء ← $3+2 = 5$ن

$X = \{4, 5, 6\}$

أ- قيم X :

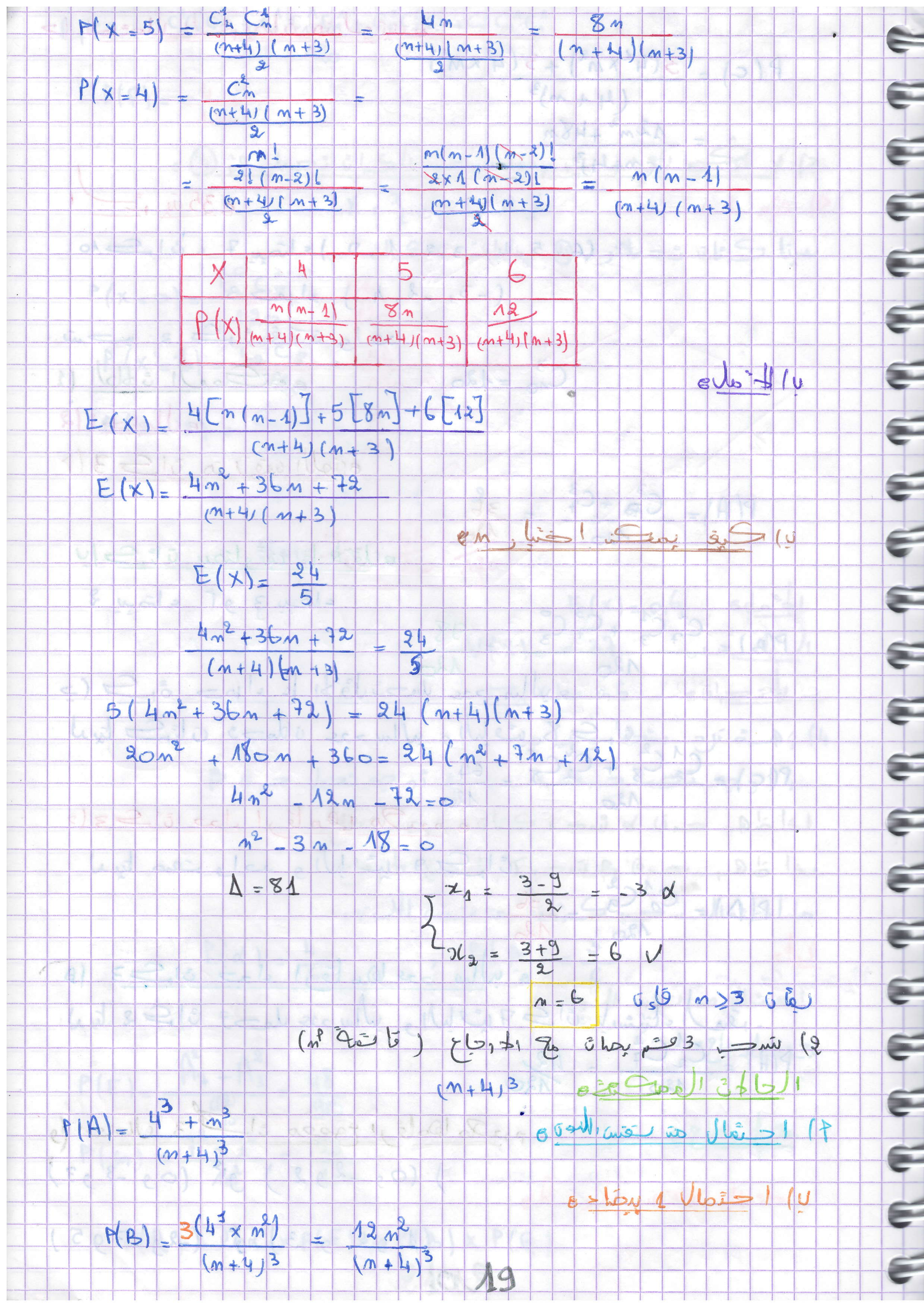
قانون الاحتمال :

الحالات الممكنة :

$C_{n+4}^{2} = \frac{(n+4)!}{2!(n+4-2)!} = \frac{(n+4)(n+3)(n+2)!}{2\times 1\,(n+2)!}$

$C_{n+4}^{2} = \frac{(n+4)(n+3)}{2}$

$P(X=6) = \frac{C_4^2}{\frac{(n+4)(n+3)}{2}} = \frac{6}{\frac{(n+4)(n+3)}{2}} = \frac{12}{(n+4)(n+3)}$



$$P(X=5) = \frac{C_4^1 C_m^1}{\frac{(m+4)(m+3)}{2}} = \frac{4m}{\frac{(m+4)(m+3)}{2}} = \frac{8m}{(m+4)(m+3)}$$

$$P(X=4) = \frac{C_m^2}{\frac{(m+4)(m+3)}{2}} = \frac{\frac{m!}{2!(m-2)!}}{\frac{(m+4)(m+3)}{2}} = \frac{\frac{m(m-1)(m-2)!}{2\times1(m-2)!}}{\frac{(m+4)(m+3)}{2}} = \frac{m(m-1)}{(m+4)(m+3)}$$

X	4	5	6
$P(X)$	$\frac{m(m-1)}{(m+4)(m+3)}$	$\frac{8m}{(m+4)(m+3)}$	$\frac{12}{(m+4)(m+3)}$

ب) الأمل

$$E(X) = \frac{4[m(m-1)] + 5[8m] + 6[12]}{(m+4)(m+3)}$$

$$E(X) = \frac{4m^2 + 36m + 72}{(m+4)(m+3)}$$

ت) كيف يمكن اختيار m:

$$E(X) = \frac{24}{5}$$

$$\frac{4m^2 + 36m + 72}{(m+4)(m+3)} = \frac{24}{5}$$

$$5(4m^2 + 36m + 72) = 24(m+4)(m+3)$$

$$20m^2 + 180m + 360 = 24(m^2 + 7m + 12)$$

$$4m^2 - 12m - 72 = 0$$

$$m^2 - 3m - 18 = 0$$

$$\Delta = 81 \qquad \begin{cases} x_1 = \frac{3-9}{2} = -3 \ \times \\ x_2 = \frac{3+9}{2} = 6 \ \checkmark \end{cases}$$

بما أن $m \geq 3$ فإن $\boxed{m = 6}$

2) نسحب 3 قريصات مع الإرجاع (قائمة n^p)

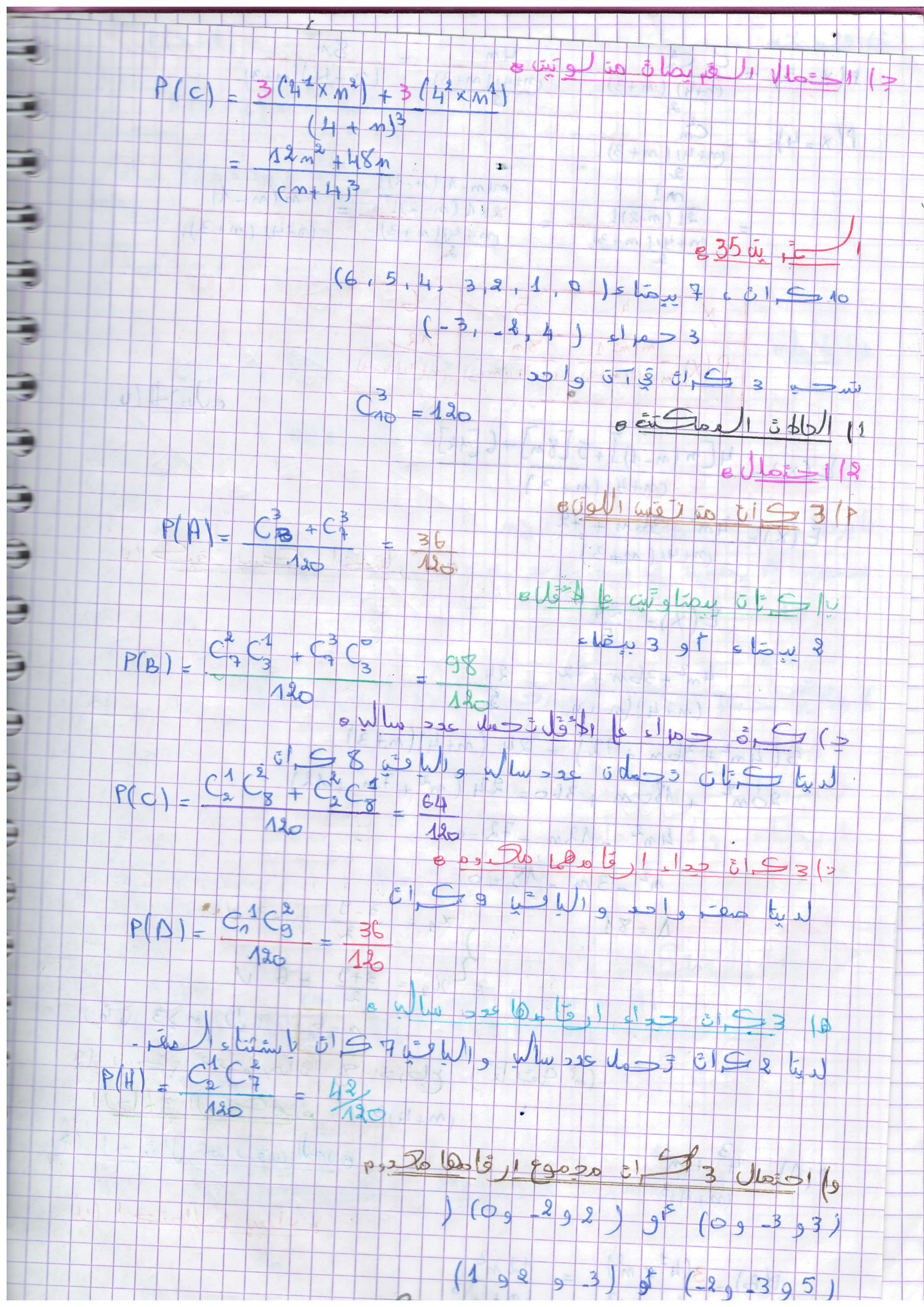
الحالات الممكنة: $(m+4)^3$

أ) احتمال من نفس اللون:

$$P(A) = \frac{4^3 + m^3}{(m+4)^3}$$

ب) احتمال 1 بيضاء:

$$P(B) = \frac{3(4^1 \times m^2)}{(m+4)^3} = \frac{12m^2}{(m+4)^3}$$



ج) احتمال البطاقات من لونين :

$$P(C) = \frac{3(4^1 \times n^2) + 3(4^2 \times n^1)}{(4+n)^3}$$
$$= \frac{12n^2 + 48n}{(n+4)^3}$$

تمرين 35 :

10 كرات ، 7 بيضاء (6 ، 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0)

3 حمراء (-3 ، -2 ، 4)

نسحب 3 كرات في آن واحد

1) الحالات الممكنة : $C_{10}^3 = 120$

2) احتمال :

أ) 3 كرات من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{C_3^3 + C_7^3}{120} = \frac{36}{120}$$

ب) كرات بيضاوتين على الأقل :

2 بيضاء أو 3 بيضاء

$$P(B) = \frac{C_7^2 C_3^1 + C_7^3 C_3^0}{120} = \frac{98}{120}$$

ج) كرة حمراء على الأقل تحمل عدد سالب :

لدينا كرتان تحمل عدد سالب والباقي 8 كرات

$$P(C) = \frac{C_2^1 C_8^2 + C_2^2 C_8^1}{120} = \frac{64}{120}$$

د) 3 كرات جداء أرقامها معدوم :

لدينا صفر واحد والباقي 9 كرات

$$P(D) = \frac{C_1^1 C_9^2}{120} = \frac{36}{120}$$

هـ) 3 كرات جداء أرقامها عدد سالب :

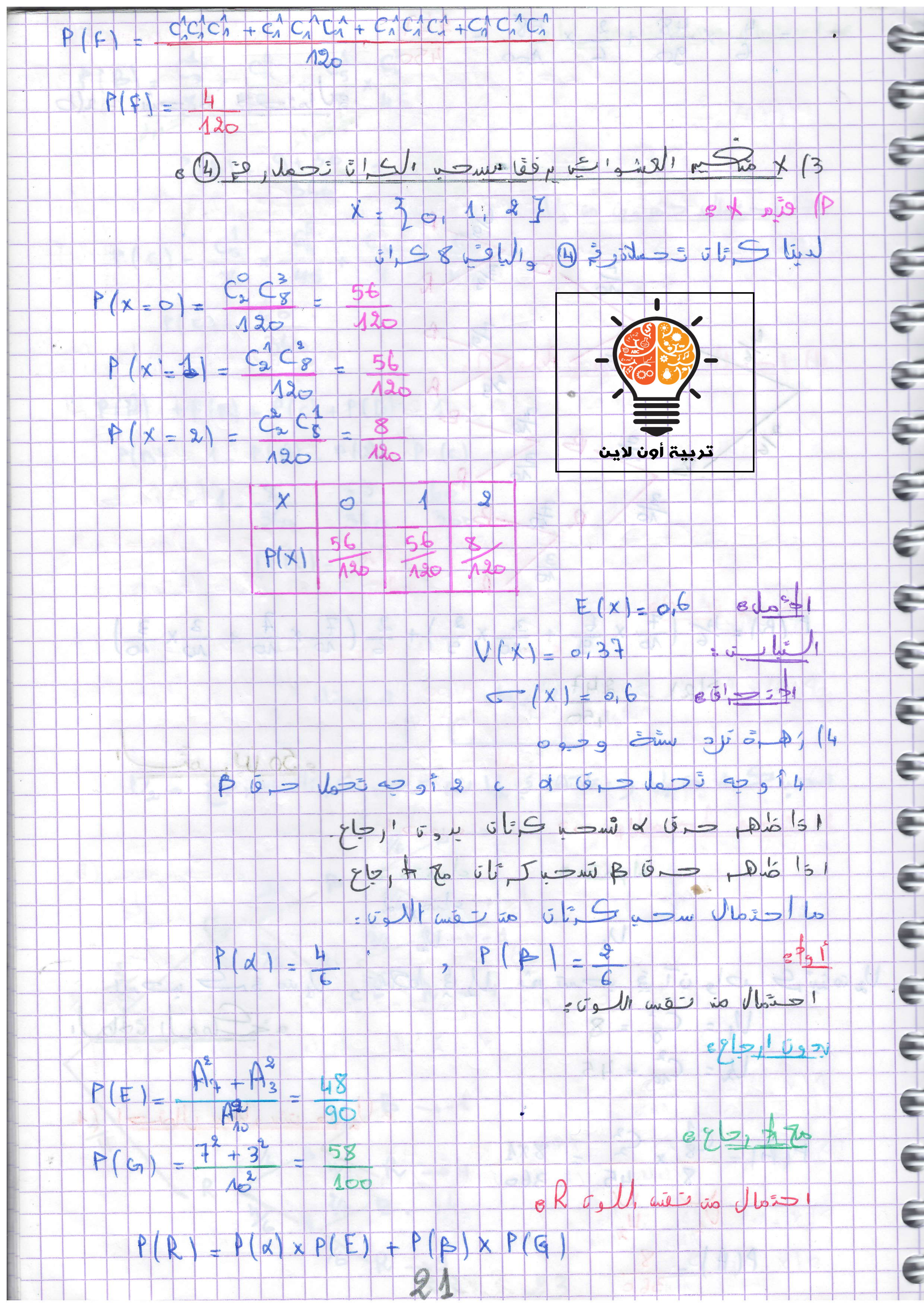
لدينا 2 كرات تحمل عدد سالب والباقي 7 كرات باستثناء الصفر.

$$P(H) = \frac{C_2^1 C_7^2}{120} = \frac{42}{120}$$

و) احتمال 3 كرات مجموع أرقامها معدوم

(3 و -3 و 0) أو (2 و -2 و 0)

(5 و -3 و -2) أو (-3 و 2 و 1)



$$P(F) = \frac{C_1^1 C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_1^1}{120}$$

$$P(F) = \frac{4}{120}$$

3) X متغير العشوائي يرفق بسحب الكرات تحمل رقم ④ .

a) قيم X : $X = \{0, 1, 2\}$

لدينا كرتان تحملان رقم ④ والباقي 8 كرات

$$P(X=0) = \frac{C_2^0 C_8^3}{120} = \frac{56}{120}$$

$$P(X=1) = \frac{C_2^1 C_8^2}{120} = \frac{56}{120}$$

$$P(X=2) = \frac{C_2^2 C_8^1}{120} = \frac{8}{120}$$

X	0	1	2
P(X)	$\frac{56}{120}$	$\frac{56}{120}$	$\frac{8}{120}$

الأمل : $E(X) = 0,6$

التباين : $V(X) = 0,37$

الانحراف : $\sigma(X) = 0,6$

4) زهرة نرد ستة وجوه

4 أوجه تحمل حرف α و 2 أوجه تحمل حرف β

اذا ظهر حرف α نسحب كرتان بدون ارجاع.

اذا ظهر حرف β نسحب كرتان مع ارجاع.

ما احتمال سحب كرتان من نفس اللون :

أولا : $P(\alpha) = \frac{4}{6}$, $P(\beta) = \frac{2}{6}$

احتمال من نفس اللون :

بدون ارجاع :

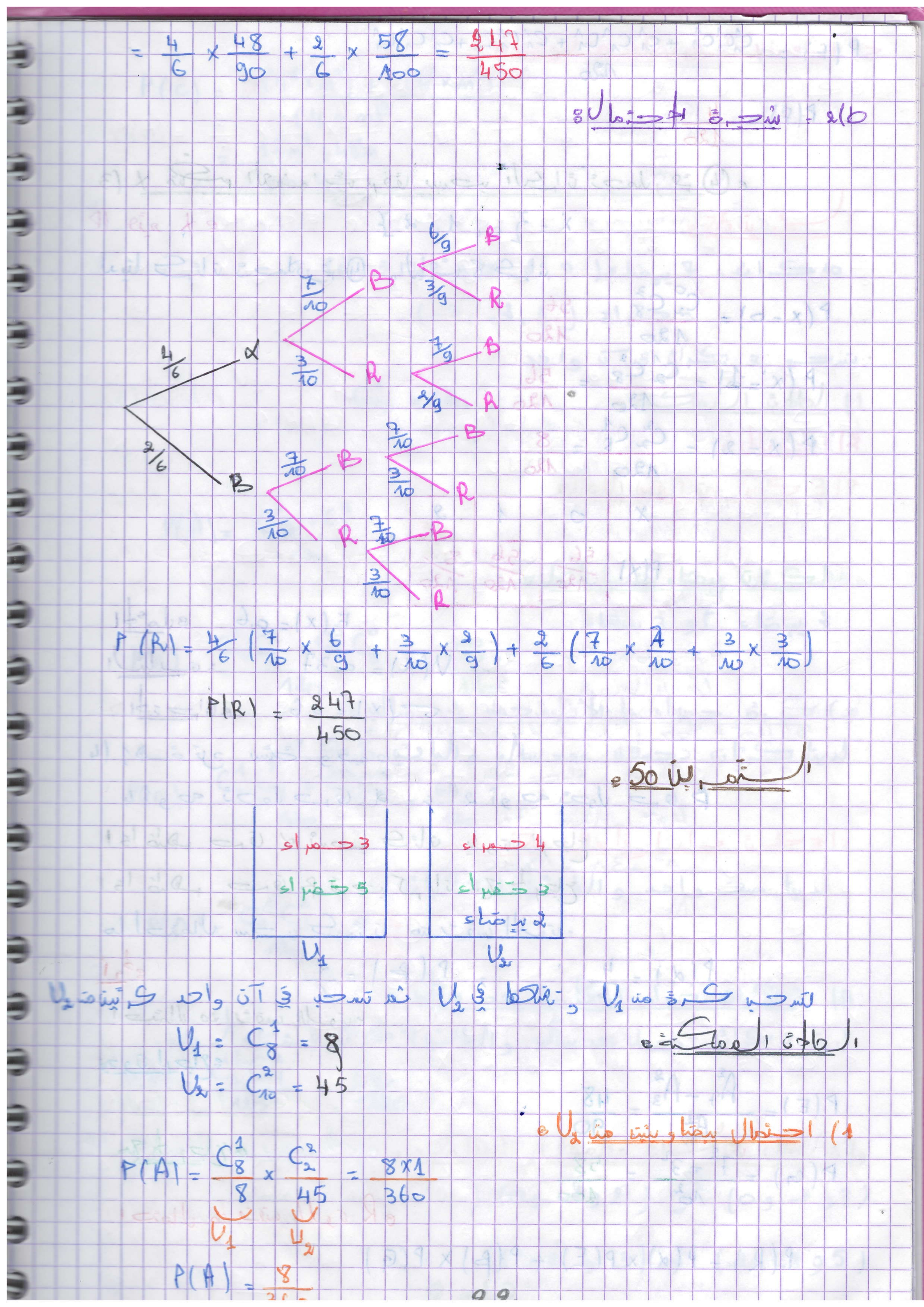
$$P(E) = \frac{A_7^2 + A_3^2}{A_{10}^2} = \frac{48}{90}$$

مع ارجاع :

$$P(G) = \frac{7^2 + 3^2}{10^2} = \frac{58}{100}$$

احتمال من نفس اللون R :

$$P(R) = P(\alpha) \times P(E) + P(\beta) \times P(G)$$



$= \frac{4}{6} \times \frac{48}{90} + \frac{2}{6} \times \frac{58}{100} = \frac{247}{450}$

b) شجرة الاحتمال:

$P(R) = \frac{4}{6}\left(\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9}\right) + \frac{2}{6}\left(\frac{7}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}\right)$

$P(R) = \frac{247}{450}$

التمرين 50:

U_1	U_2
3 حمراء	4 حمراء
5 خضراء	3 خضراء
	2 بيضاء

نسحب كرة من U_1 ونضعها في U_2 ثم نسحب في آن واحد كرتين من U_2

الحالات الممكنة:

$U_1 = C_8^1 = 8$

$U_2 = C_{10}^2 = 45$

1) احتمال بيضاوين من U_2:

$P(A) = \frac{C_8^1}{8} \times \frac{C_2^2}{45} = \frac{8 \times 1}{360}$

(U_1) (U_2)

$P(A) = \frac{8}{360}$

2) احتمال خضراوتين من V_1:

$$P(B) = \frac{C_3^1}{8} \times \frac{C_3^2}{45} + \frac{C_5^1}{8} \times \frac{C_4^2}{45}$$

حمراء خضراء

$$P(B) = \frac{9+30}{360} = \frac{39}{360}$$

3) احتمال حمراوين من V_2:

$$P(C) = \frac{C_5^1}{8} \times \frac{C_4^2}{45} + \frac{C_3^1}{8} \times \frac{C_5^2}{45}$$

$$P(C) = \frac{60}{360}$$

4) احتمال مختلفة في اللون D:

$$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$$

$$P(D) = 1 - P(A) - P(B) - P(C)$$

$$= 1 - \frac{8}{360} - \frac{39}{360} - \frac{60}{360}$$

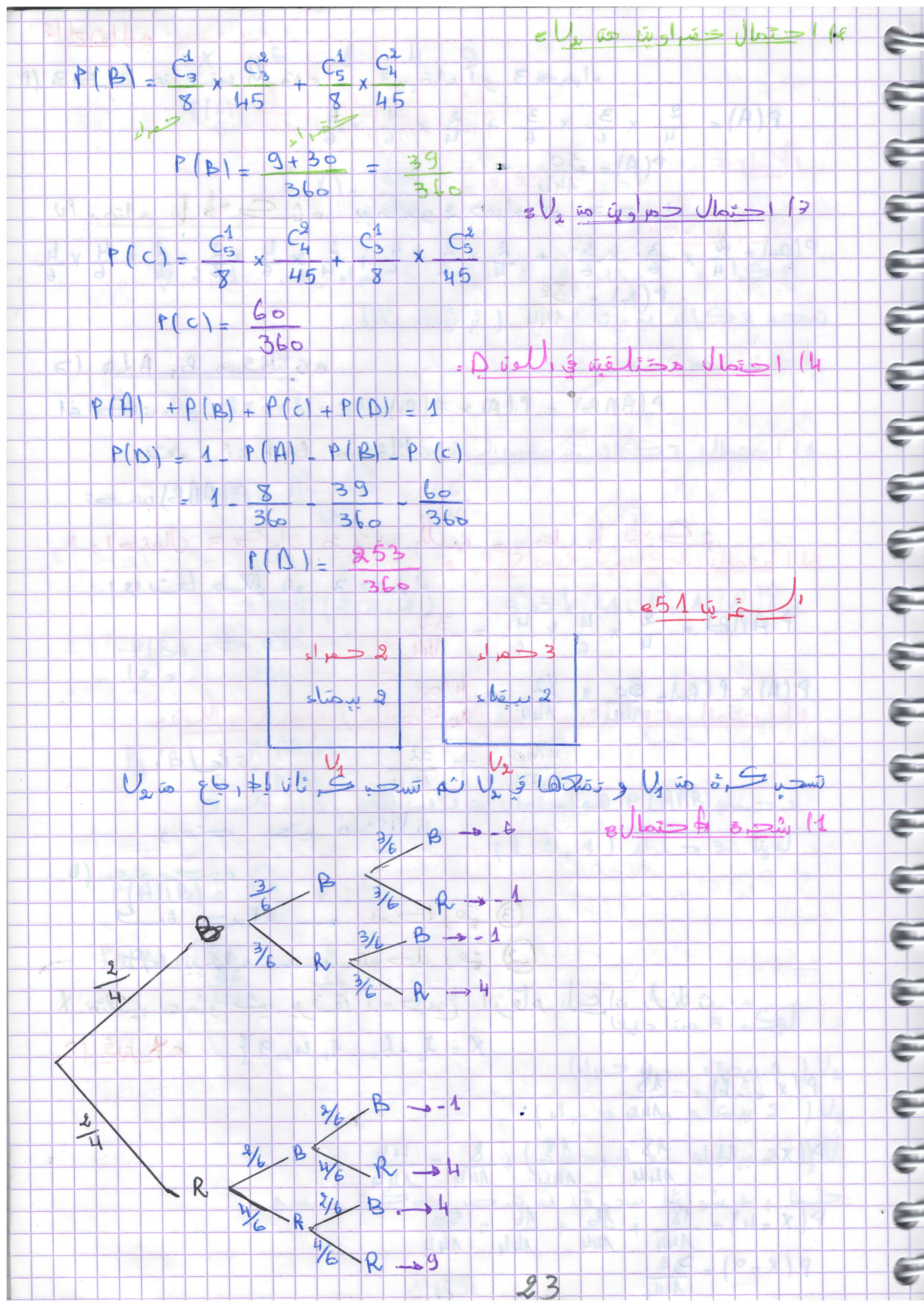
$$P(D) = \frac{253}{360}$$

التمرين 51:

V_1	V_2
2 حمراء	3 حمراء
2 بيضاء	2 بيضاء

نسحب كرة من V_1 و نضعها في V_2 ثم نسحب كرتان بإرجاع من V_2

1) شجرة الاحتمال:





الاحتمال 12

P) 3 كرات من نفس اللون: 3 بيضاء أو 3 حمراء

$$P(A) = \frac{2}{4} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}$$

$$P(A) = \frac{50}{144}$$

ب/ بيضاء على الأكثر: بيضاء و 2 حمراء أو 3 حمراء

$$P(B) = \frac{2}{4} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{2}{4} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}$$

$$P(B) = \frac{82}{144}$$

3) هل A و B مستقلان:

إذا كان: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

نقول أن A و B مستقلتان.

نحسب $P(A \cap B)$:

هو احتمال 3 كرات من نفس اللون وبيضاء على الأكثر

أي نتحصل فقط هو 3 حمراء

$$P(A \cap B) = \frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{32}{144}$$

إذا:

$$P(A) \times P(B) = \frac{50}{144} \times \frac{82}{144} = \frac{4100}{20736}$$

بما أن:

$$\frac{4100}{20736} \neq \frac{32}{144}$$

ومنه غير مستقلتان.

4) عند سحب:

كرة حمراء ← نسجل رقم (3)

كرة بيضاء ← نسجل رقم (-2)

X متغير عشوائي يرفق بمجموع أرقام الكرات الثلاث

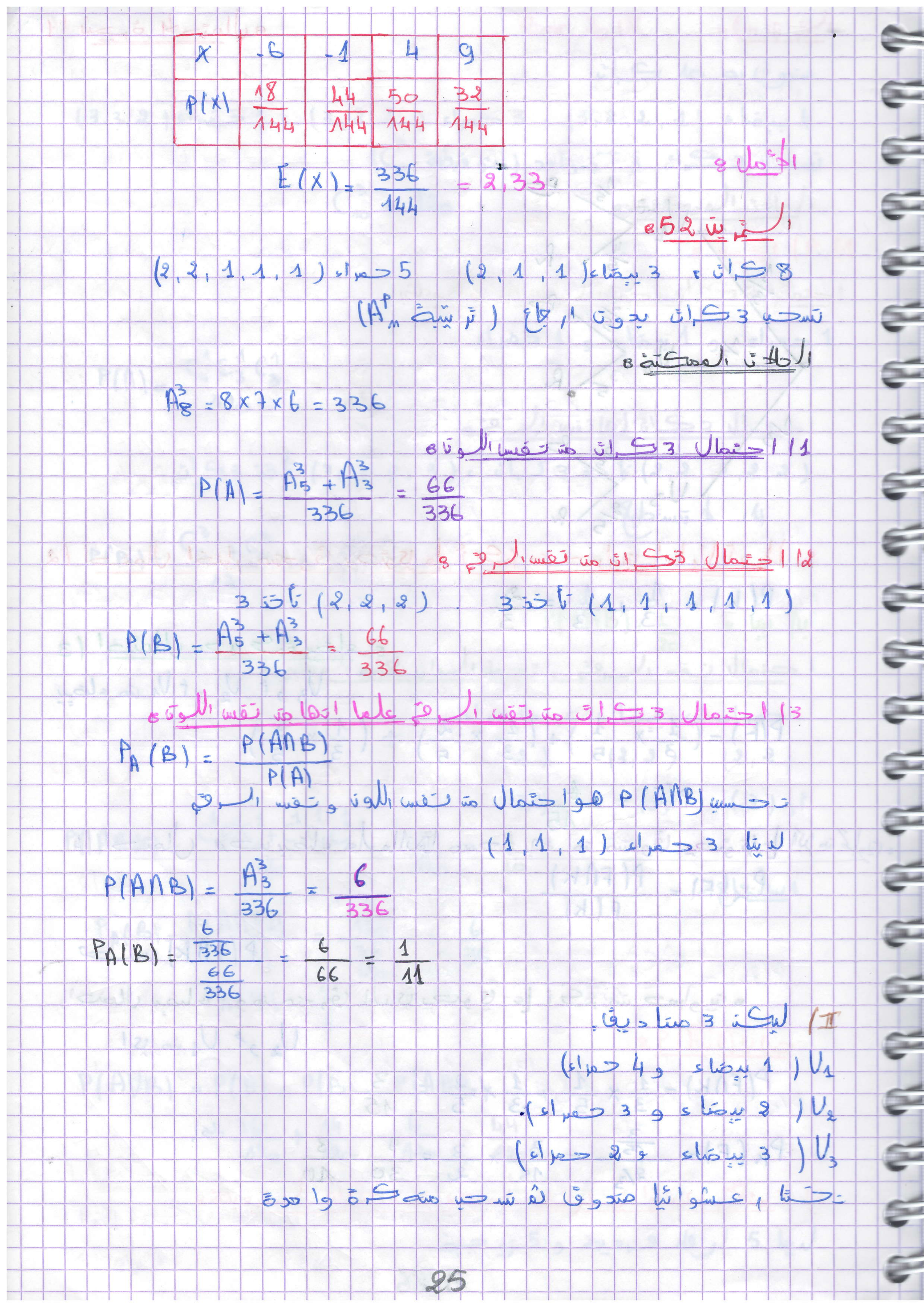
P) قيم X: $X = \{-6, -1, 4, 9\}$

$$P(X = -6) = \frac{18}{144}$$

$$P(X = -1) = \frac{18}{144} + \frac{18}{144} + \frac{8}{144} = \frac{44}{144}$$

$$P(X = 4) = \frac{18}{144} + \frac{16}{144} + \frac{16}{144} = \frac{50}{144}$$

$P(X = 9) = 32$ ...



X	-6	-1	4	9
P(X)	$\frac{18}{144}$	$\frac{44}{144}$	$\frac{50}{144}$	$\frac{32}{144}$

الحل :

$$E(X) = \frac{336}{144} = 2,33$$

التمرين 52 :

8 كرات : 3 بيضاء (2 ، 1 ، 1) 5 حمراء (2 ، 2 ، 1 ، 1 ، 1)

نسحب 3 كرات بدون إرجاع (ترتيبة A^p_n)

الحالات الممكنة :

$$A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

1/ احتمال 3 كرات من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{A_5^3 + A_3^3}{336} = \frac{66}{336}$$

2/ احتمال 3 كرات من نفس الرقم :

(1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 1) نأخذ 3 . (2 ، 2 ، 2) نأخذ 3

$$P(B) = \frac{A_5^3 + A_3^3}{336} = \frac{66}{336}$$

3/ احتمال 3 كرات من نفس الرقم علما أنها من نفس اللون :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

نحسب $P(A \cap B)$ هو احتمال من نفس اللون ونفس الرقم

لدينا 3 حمراء (1 ، 1 ، 1)

$$P(A \cap B) = \frac{A_3^3}{336} = \frac{6}{336}$$

$$P_A(B) = \frac{\frac{6}{336}}{\frac{66}{336}} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

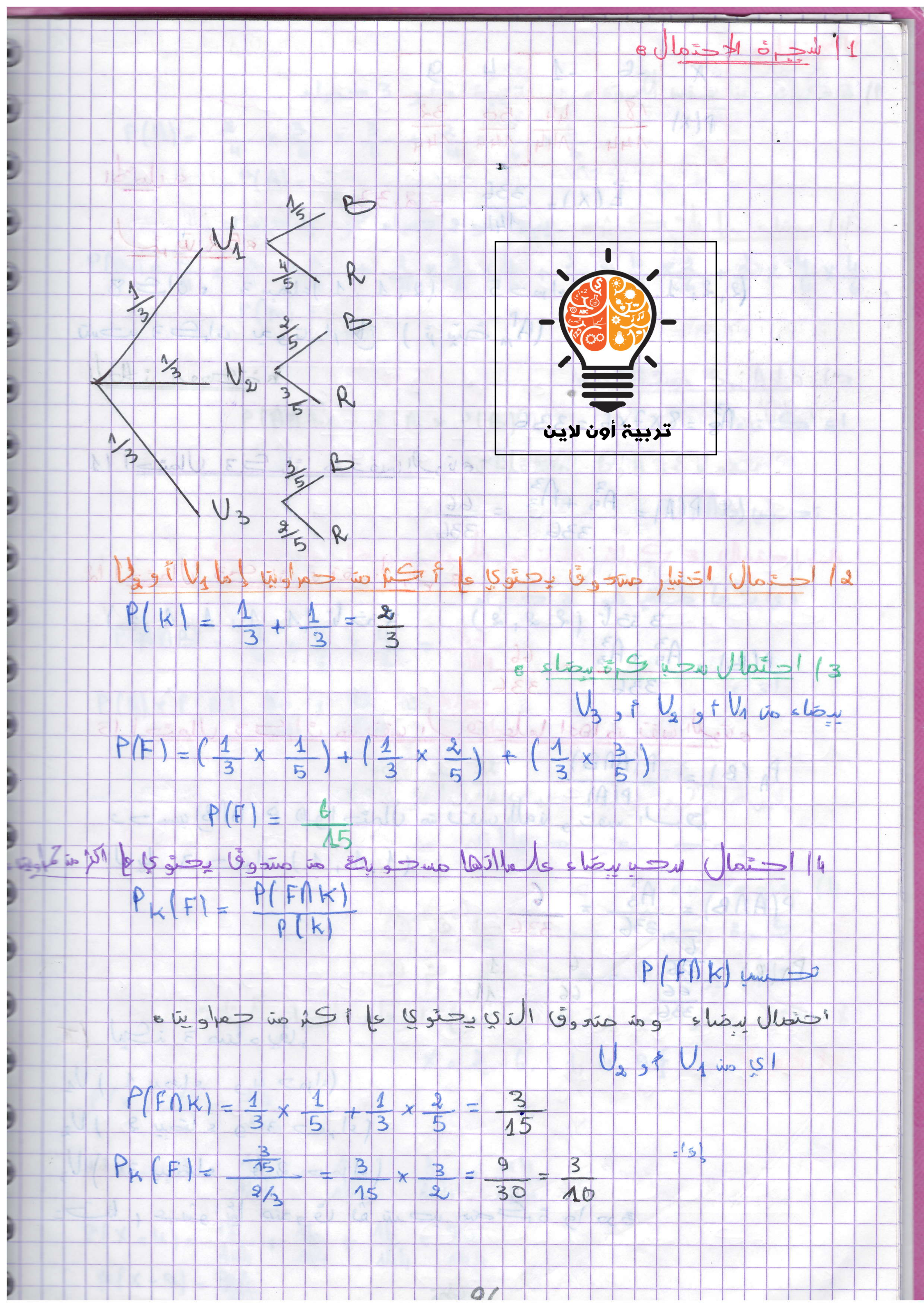
II/ لدينا 3 صناديق.

V_1 (1 بيضاء و 4 حمراء)

V_2 (2 بيضاء و 3 حمراء)

V_3 (3 بيضاء و 2 حمراء)

نختار عشوائيا صندوق ثم نسحب منه كرة واحدة



1/ شجرة الاحتمال:

2/ احتمال اختيار صندوق يحتوي على أكثر من حمراوين إما U_1 أو U_2

$$P(K) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3/ احتمال سحب كرة بيضاء:

بيضاء من U_1 أو U_2 أو U_3

$$P(F) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}\right)$$

$$P(F) = \frac{6}{15}$$

4/ احتمال سحب بيضاء علما أنها مسحوبة من صندوق يحتوي على أكثر من حمراوين

$$P_K(F) = \frac{P(F \cap K)}{P(K)}$$

نحسب $P(F \cap K)$

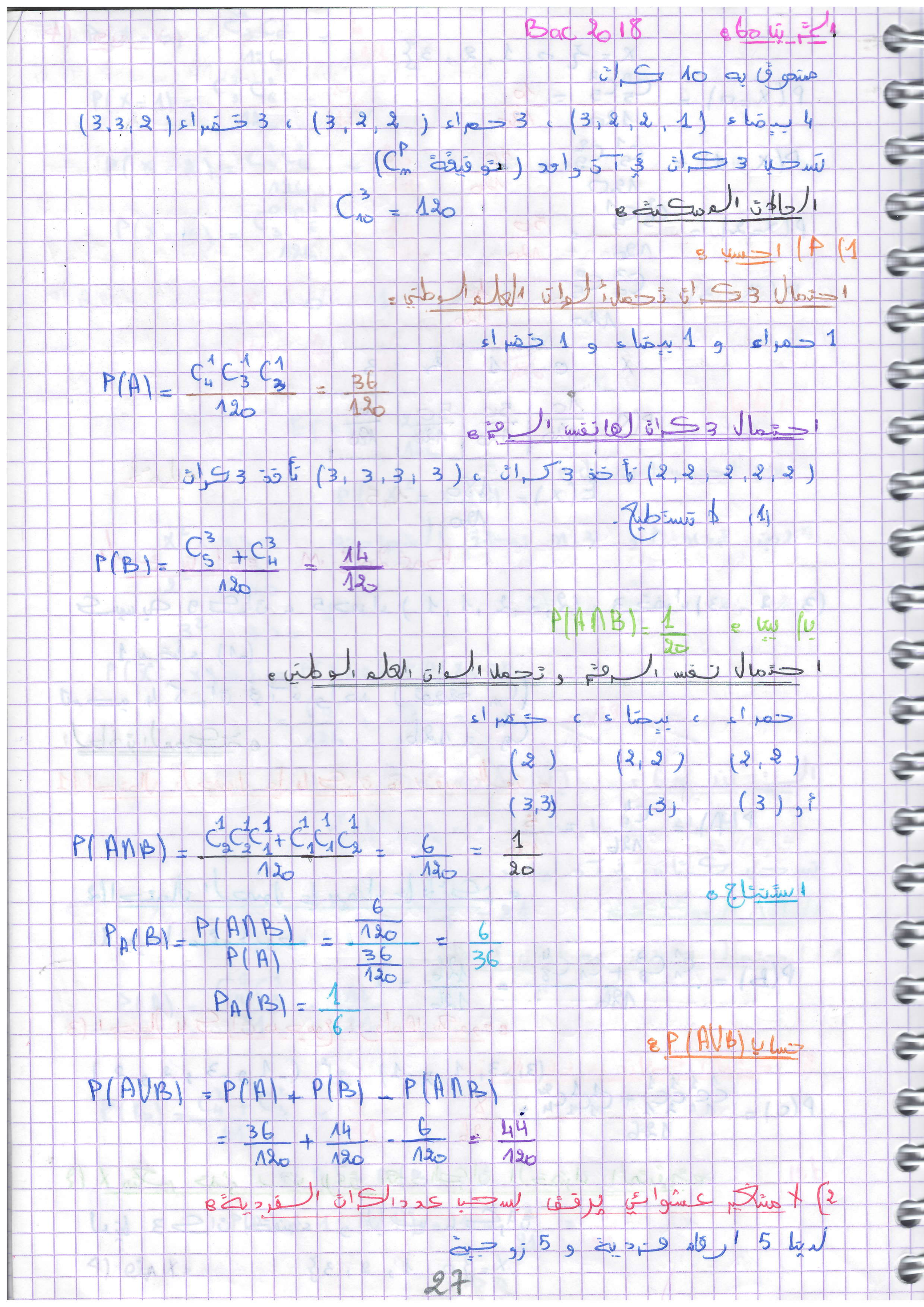
احتمال بيضاء ومن صندوق الذي يحتوي على أكثر من حمراوين:

اي من U_1 أو U_2

$$P(F \cap K) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{15}$$

إذا:

$$P_K(F) = \frac{\frac{3}{15}}{2/3} = \frac{3}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$



الحل: Bac 2018

صندوق به 10 كرات

4 بيضاء (1, 2, 2, 3)، 3 حمراء (2, 2, 3)، 3 خضراء (2, 3, 3)

نسحب 3 كرات في آن واحد (توفيقة C_n^p)

الحالات الممكنة: $C_{10}^3 = 120$

1) $P(A)$ احسب:

احتمال 3 كرات تحمل ألوان العلم الوطني:

1 حمراء و 1 بيضاء و 1 خضراء

$$P(A) = \frac{C_4^1 C_3^1 C_3^1}{120} = \frac{36}{120}$$

احتمال 3 كرات لها نفس الرقم:

(2, 2, 2, 2, 2) نأخذ 3 كرات، (3, 3, 3, 3) نأخذ 3 كرات

(1) لا تستطيع.

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120}$$

بيّن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$

احتمال نفس الرقم وتحمل ألوان العلم الوطني:

حمراء، بيضاء، خضراء

(2, 2) (2, 2) (2)

أو (3) (3) (3, 3)

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 C_2^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_2^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

استنتاج:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{120}}{\frac{36}{120}} = \frac{6}{36}$$

$$P_A(B) = \frac{1}{6}$$

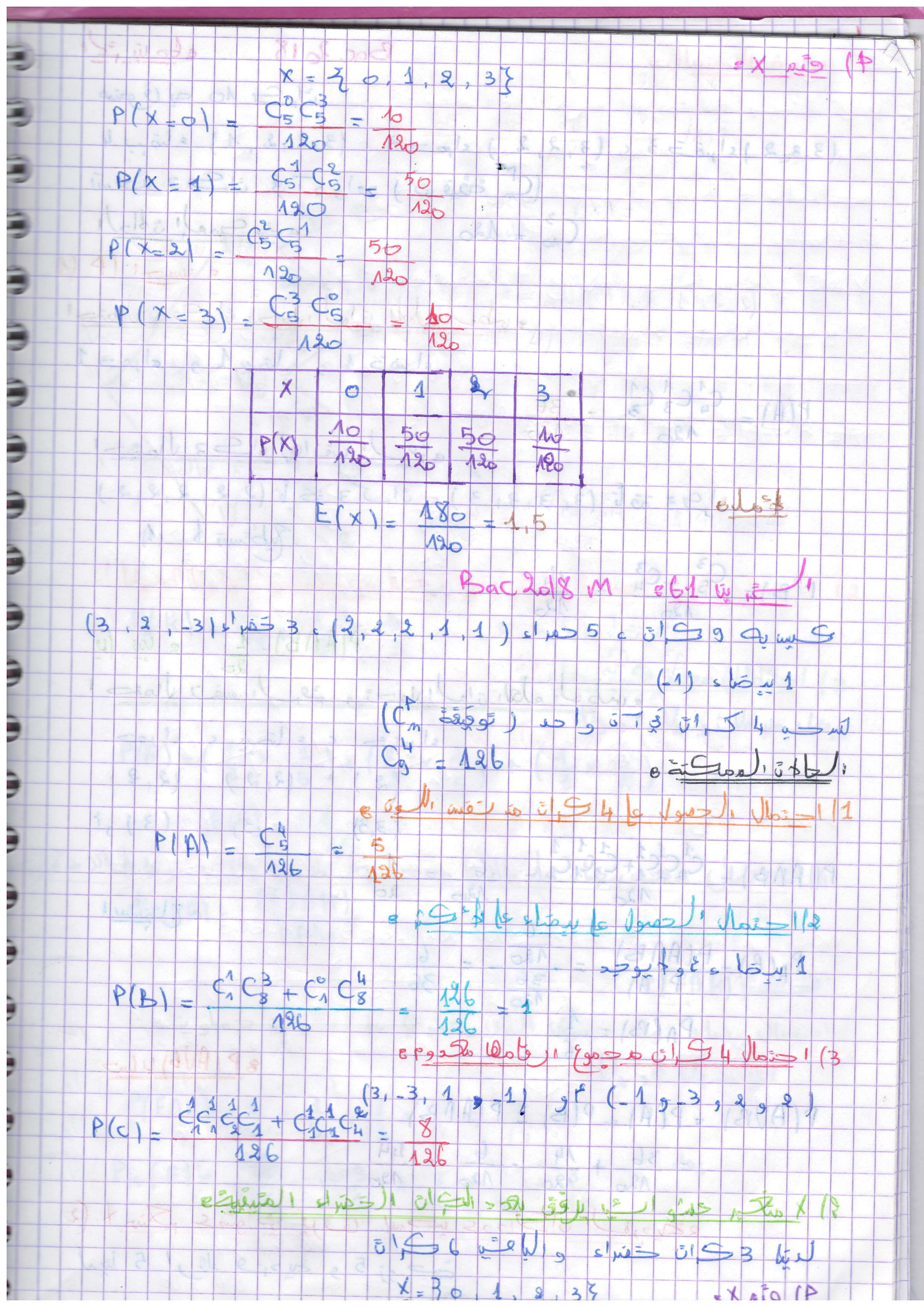
حساب $P(A \cup B)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{44}{120}$$

2) X متغير عشوائي يرفق بسحب عدد الكرات الفردية:

لدينا 5 أرقام فردية و 5 زوجية



4) قيم X :

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{C_5^0 C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$

$P(X=1) = \frac{C_5^1 C_5^2}{120} = \frac{50}{120}$

$P(X=2) = \frac{C_5^2 C_5^1}{120} = \frac{50}{120}$

$P(X=3) = \frac{C_5^3 C_5^0}{120} = \frac{10}{120}$

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{10}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{10}{120}$

الأمل :

$E(X) = \frac{180}{120} = 1,5$

التمرين 61 : Bac 2018 M

كيس به 9 كرات ، 5 حمراء (1 , 1 , 2 , 2 , 2) ، 3 خضراء (3 , 2 , -3)

1 بيضاء (-1)

نسحب 4 كرات في آن واحد (توفيقة C_n^p)

الحالات الممكنة : $C_9^4 = 126$

1) احتمال الحصول على 4 كرات من نفس اللون :

$P(A) = \frac{C_5^4}{126} = \frac{5}{126}$

2) احتمال الحصول على بيضاء على الأكثر :

1 بيضاء أو لا يوجد

$P(B) = \frac{C_1^1 C_8^3 + C_1^0 C_8^4}{126} = \frac{126}{126} = 1$

3) احتمال 4 كرات مجموع أرقامها معدوم :

(3 , -3 , 1 , -1) أو (-1 , -3 , 2 , 2)

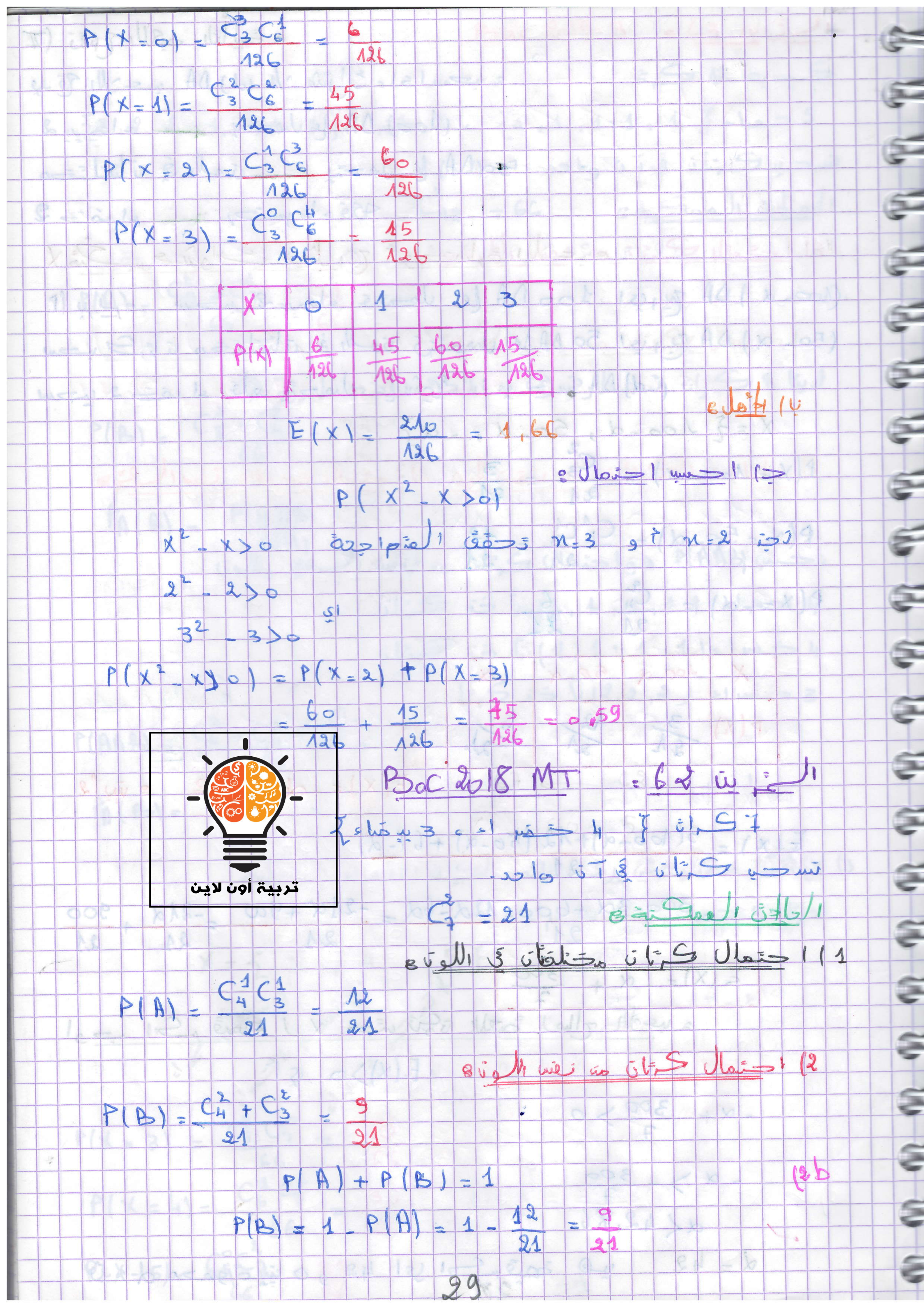
$P(C) = \frac{C_1^1 C_1^1 C_2^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_4^2}{126} = \frac{8}{126}$

4) X متغير عشوائي يرفق بعدد الكرات الخضراء المسحوبة :

لدينا 3 كرات خضراء والباقي 6 كرات

1) قيم X :

$X = \{0 , 1 , 2 , 3\}$



$P(X=0) = \frac{C_3^3 C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$

$P(X=1) = \frac{C_3^2 C_6^2}{126} = \frac{45}{126}$

$P(X=2) = \frac{C_3^1 C_6^3}{126} = \frac{60}{126}$

$P(X=3) = \frac{C_3^0 C_6^4}{126} = \frac{15}{126}$

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب/ الأمل

$E(X) = \frac{210}{126} = 1,66$

ج/ احسب احتمال :

$P(X^2 - X > 0)$

نجد $x=2$ و $x=3$ تحقق المتراجحة $x^2 - x > 0$

$2^2 - 2 > 0$

أي

$3^2 - 3 > 0$

$P(X^2 - X > 0) = P(X=2) + P(X=3)$

$= \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = 0,59$

التمرين 62 : Bac 2018 MT

7 كرات {4 خضراء ، 3 بيضاء}

نسحب كرتان في آن واحد.

الحالات الممكنة $C_7^2 = 21$

1/ احتمال كرتان مختلفتان في اللون

$P(A) = \frac{C_4^1 C_3^1}{21} = \frac{12}{21}$

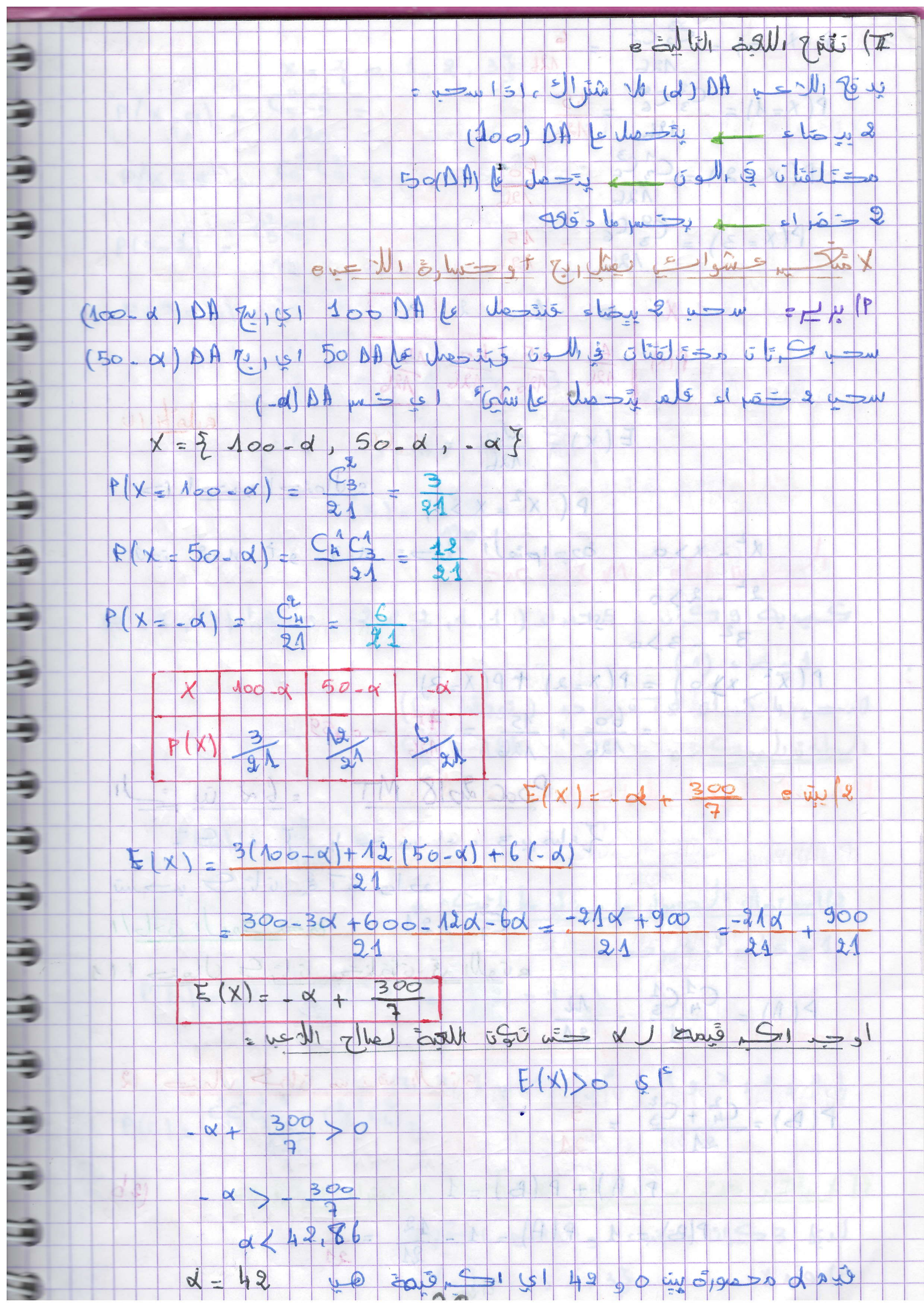
2/ احتمال كرتان من نفس اللون

$P(B) = \frac{C_4^2 + C_3^2}{21} = \frac{9}{21}$

2/b

$P(A) + P(B) = 1$

$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{12}{21} = \frac{9}{21}$



II) نقترح اللعبة التالية :

يدفع اللاعب DA (α) للاشتراك، اذا سحب :

2 بيضاء ← يتحصل على DA (100)

مختلفتان في اللون ← يتحصل على DA(50)

2 خضراء ← يخسر ما دفعه

X متغير عشوائي يمثل ربح أو خسارة اللاعب :

1) برير : سحب 2 بيضاء فتحصل على 100 DA اي ربح $(100-\alpha)$ DA

سحب كرتان مختلفتان في اللون فيتحصل على 50 DA اي ربح $(50-\alpha)$ DA

سحب 2 خضراء فلم يتحصل على شيء اي خسر $(-\alpha)$ DA

$$X = \{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$$

$$P(X = 100-\alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$$

$$P(X = 50-\alpha) = \frac{C_4^1 C_3^1}{21} = \frac{12}{21}$$

$$P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$$

X	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
P(X)	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

2) بين أن : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$

$$E(X) = \frac{3(100-\alpha)+12(50-\alpha)+6(-\alpha)}{21}$$

$$= \frac{300-3\alpha+600-12\alpha-6\alpha}{21} = \frac{-21\alpha+900}{21} = \frac{-21\alpha}{21} + \frac{900}{21}$$

$$\boxed{E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}}$$

اوجد اكبر قيمة لـ α حتى تكون اللعبة لصالح اللاعب :

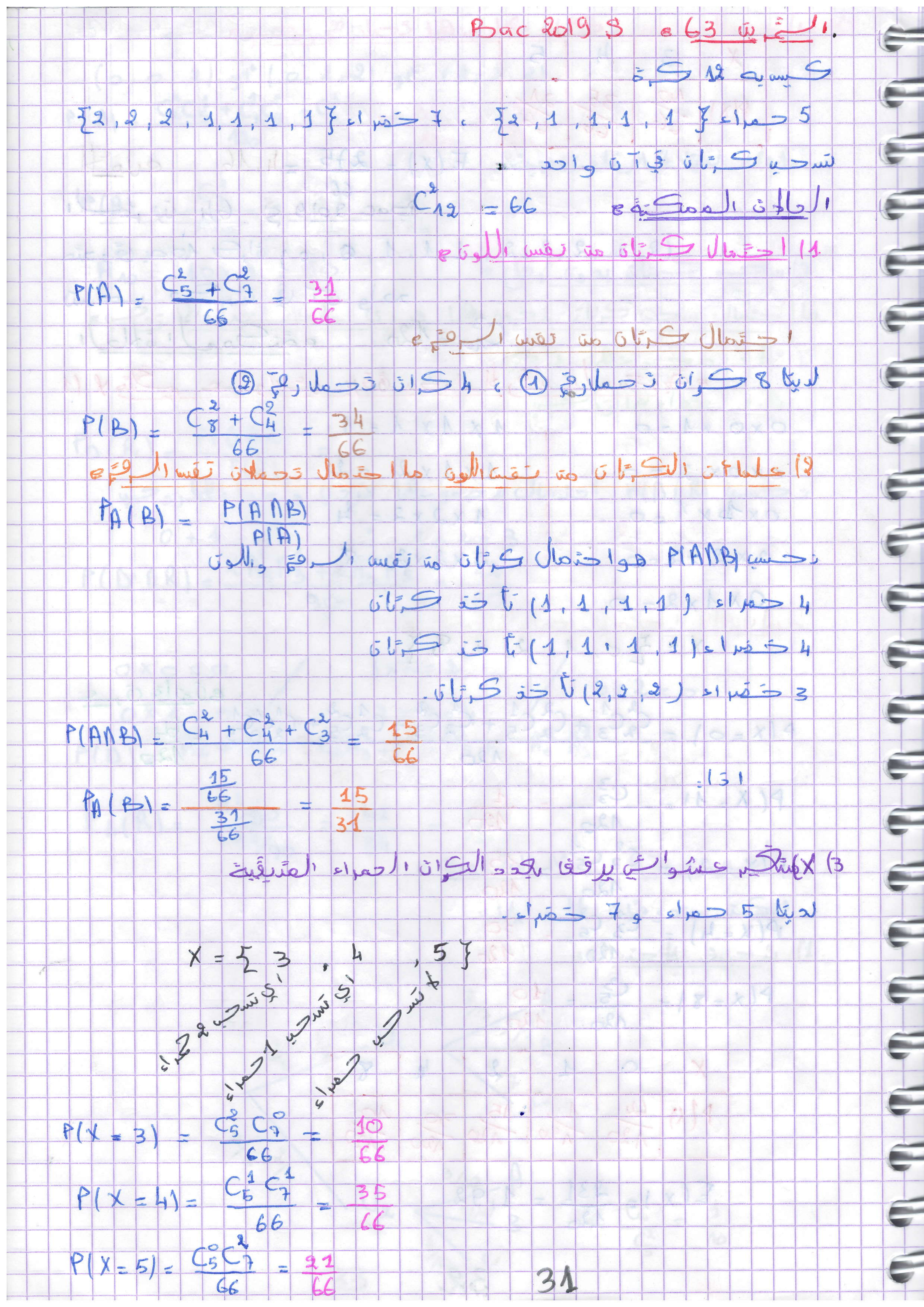
أي $E(X)>0$

$$-\alpha + \frac{300}{7} > 0$$

$$-\alpha > -\frac{300}{7}$$

$$\alpha < 42,86$$

$\alpha = 42$ قيمة α محصورة بين 0 و 42 اي اكبر قيمة هي



Bac 2019 S التمرين 63 :

كيس به 12 كرة.

5 حمراء $\{2, 1, 1, 1, 1\}$ ، 7 خضراء $\{2, 2, 2, 1, 1, 1, 1\}$

نسحب كرتان في آن واحد.

الحالات الممكنة: $C_{12}^{2} = 66$

1) احتمال كرتان من نفس اللون:

$$P(A) = \frac{C_5^2 + C_7^2}{66} = \frac{31}{66}$$

احتمال كرتان من نفس الرقم:

لدينا 8 كرات تحمل رقم (1) ، 4 كرات تحمل رقم (2)

$$P(B) = \frac{C_8^2 + C_4^2}{66} = \frac{34}{66}$$

2) علما أن الكرتان من نفس اللون ما احتمال تحملان نفس الرقم:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

نحسب $P(A \cap B)$ هو احتمال كرتان من نفس الرقم واللون

4 حمراء $(1, 1, 1, 1)$ نأخذ كرتان

4 خضراء $(1, 1, 1, 1)$ نأخذ كرتان

3 خضراء $(2, 2, 2)$ نأخذ كرتان.

$$P(A \cap B) = \frac{C_4^2 + C_4^2 + C_3^2}{66} = \frac{15}{66}$$

$$P_A(B) = \frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}} = \frac{15}{31}$$

3) X المتغير العشوائي يرفق بعدد الكرات الحمراء المتبقية

لدينا 5 حمراء و 7 خضراء.

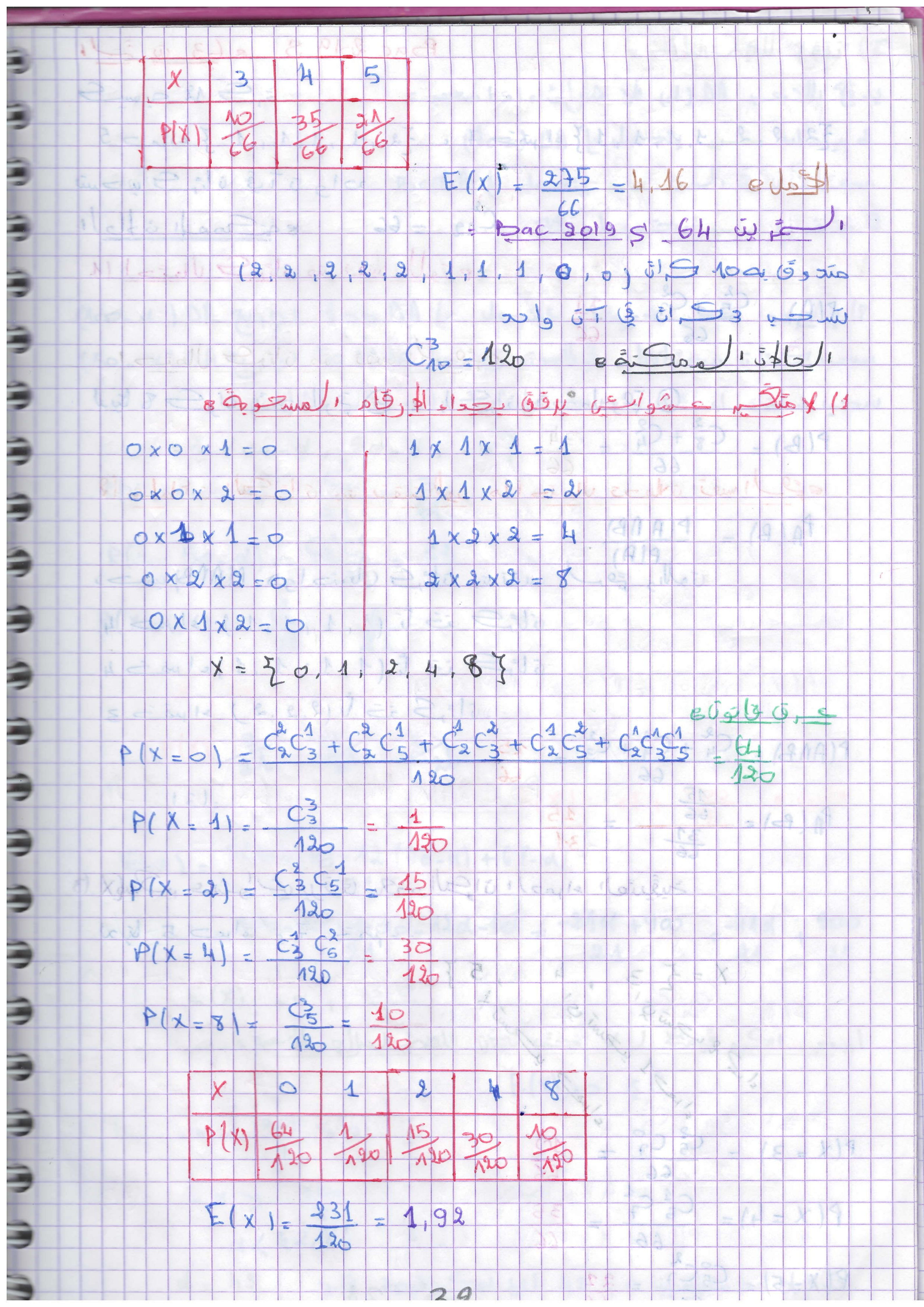
$X = \{3, 4, 5\}$

- 3: أي نسحب 2 حمراء
- 4: أي نسحب 1 حمراء
- 5: لا نسحب حمراء

$$P(X = 3) = \frac{C_5^2 C_7^0}{66} = \frac{10}{66}$$

$$P(X = 4) = \frac{C_5^1 C_7^1}{66} = \frac{35}{66}$$

$$P(X = 5) = \frac{C_5^0 C_7^2}{66} = \frac{21}{66}$$



X	3	4	5
P(X)	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

الأمل: $E(X) = \frac{275}{66} = 4,16$

التمرين 64 ص Bac 2019 :

صندوق به 10 كرات (0 , 0 , 1 , 1 , 1 , 2 , 2 , 2 , 2 , 2)

نسحب 3 كرات في آن واحد

الحالات الممكنة: $C_{10}^{3} = 120$

1) X متغير عشوائي يرفق بجداء الأرقام المسحوبة:

$0 \times 0 \times 1 = 0$ | $1 \times 1 \times 1 = 1$

$0 \times 0 \times 2 = 0$ | $1 \times 1 \times 2 = 2$

$0 \times 1 \times 1 = 0$ | $1 \times 2 \times 2 = 4$

$0 \times 2 \times 2 = 0$ | $2 \times 2 \times 2 = 8$

$0 \times 1 \times 2 = 0$

$X = \{0, 1, 2, 4, 8\}$

عين قانون

$$P(X=0) = \frac{C_2^2C_3^1 + C_2^2C_5^1 + C_2^1C_3^2 + C_2^1C_5^2 + C_2^1C_3^1C_5^1}{120} = \frac{64}{120}$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^3}{120} = \frac{1}{120}$$

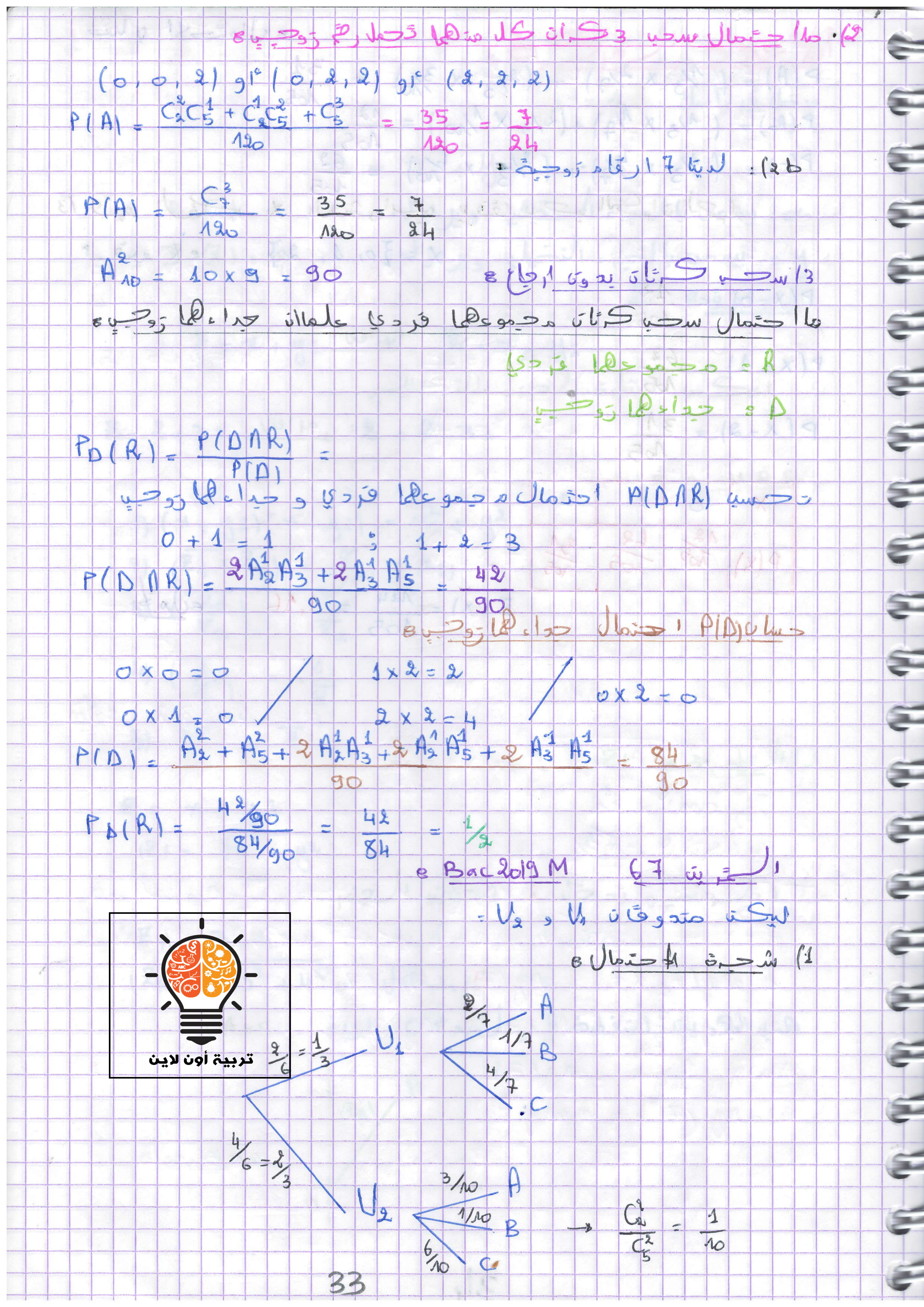
$$P(X=2) = \frac{C_3^2C_5^1}{120} = \frac{15}{120}$$

$$P(X=4) = \frac{C_3^1C_5^2}{120} = \frac{30}{120}$$

$$P(X=8) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$$

X	0	1	2	4	8
P(X)	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

$E(X) = \frac{231}{120} = 1,92$



2) ما احتمال سحب 3 كرات كل منها تحمل رقم زوجي؛

$(0,0,2)$ أو $(0,2,2)$ أو $(2,2,2)$

$$P(A) = \frac{C_2^2 C_5^1 + C_2^1 C_5^2 + C_5^3}{120} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

2b) لدينا 7 أرقام زوجية :

$$P(A) = \frac{C_7^3}{120} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

3) سحب كرتان بدون إرجاع؛ $A_{10}^2 = 10 \times 9 = 90$

ما احتمال سحب كرتان مجموعهما فردي علما أن جداءهما زوجي؛

R : مجموعهما فردي

D : جداءهما زوجي

$$P_D(R) = \frac{P(D \cap R)}{P(D)} =$$

نحسب $P(D \cap R)$ احتمال مجموعها فردي و جداءها زوجي

$0+1=1$ ؛ $1+2=3$

$$P(D \cap R) = \frac{2A_2^1 A_3^1 + 2A_3^1 A_5^1}{90} = \frac{42}{90}$$

حساب $P(D)$ احتمال جداءها زوجي؛

$0 \times 0 = 0$; $0 \times 1 = 0$; $1 \times 2 = 2$; $2 \times 2 = 4$; $0 \times 2 = 0$

$$P(D) = \frac{A_2^2 + A_5^2 + 2A_2^1 A_3^1 + 2A_2^1 A_5^1 + 2A_3^1 A_5^1}{90} = \frac{84}{90}$$

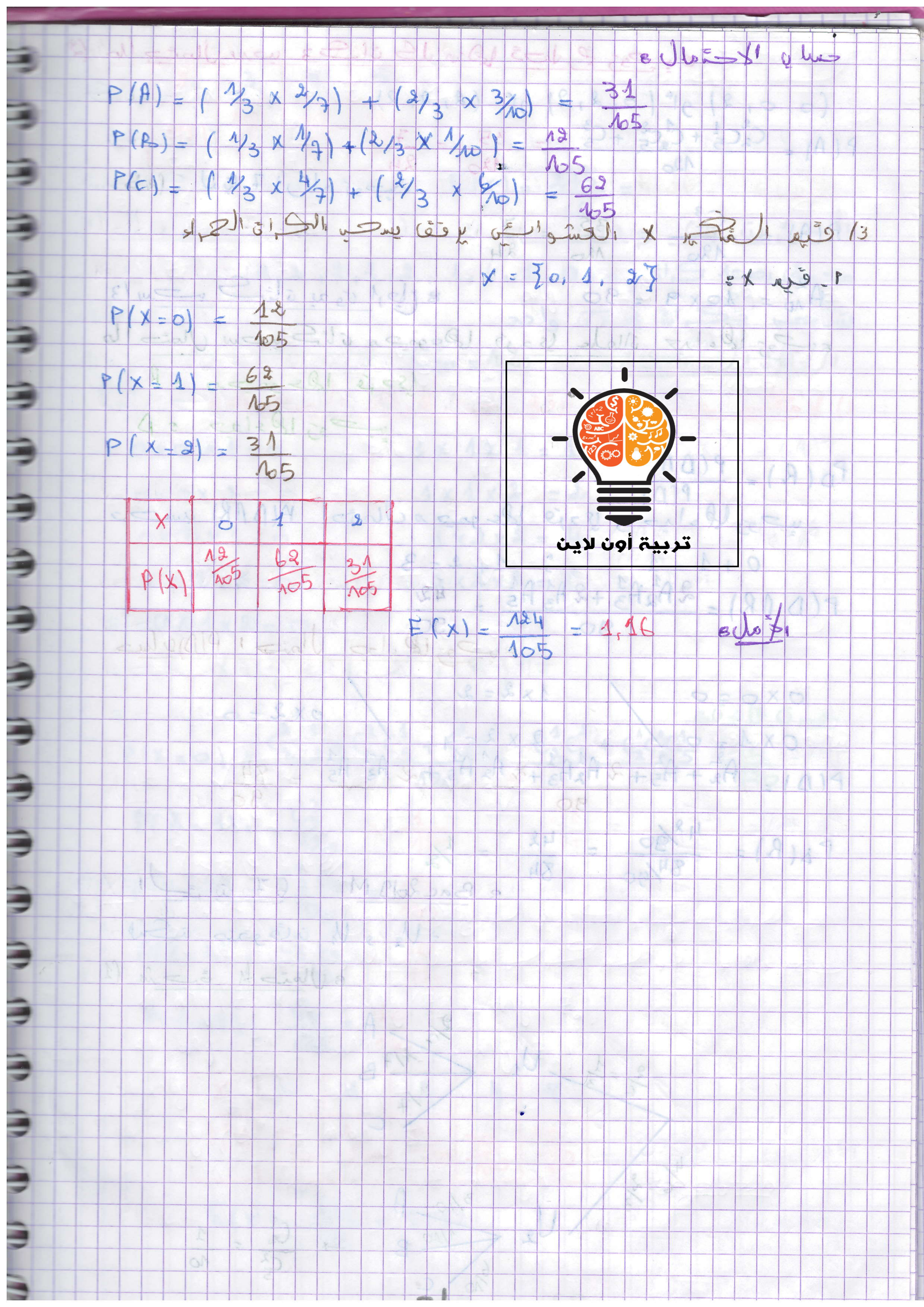
$$P_D(R) = \frac{42/90}{84/90} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

التمرين 67 Bac 2019 M؛

لدينا صندوقان U_1 و U_2 :

1) شجرة الاحتمال؛

$\rightarrow \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$



حساب الاحتمال :

$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{10}\right) = \frac{31}{105}$

$P(B) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{10}\right) = \frac{12}{105}$

$P(C) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{6}{10}\right) = \frac{62}{105}$

3/ قيم المتغير X العشوائي يرفق بسحب الكرات الحمراء

أ- قيم X : $X = \{0, 1, 2\}$

$P(X=0) = \frac{12}{105}$

$P(X=1) = \frac{62}{105}$

$P(X=2) = \frac{31}{105}$

X	0	1	2
P(X)	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

$E(X) = \frac{124}{105} = 1,16$